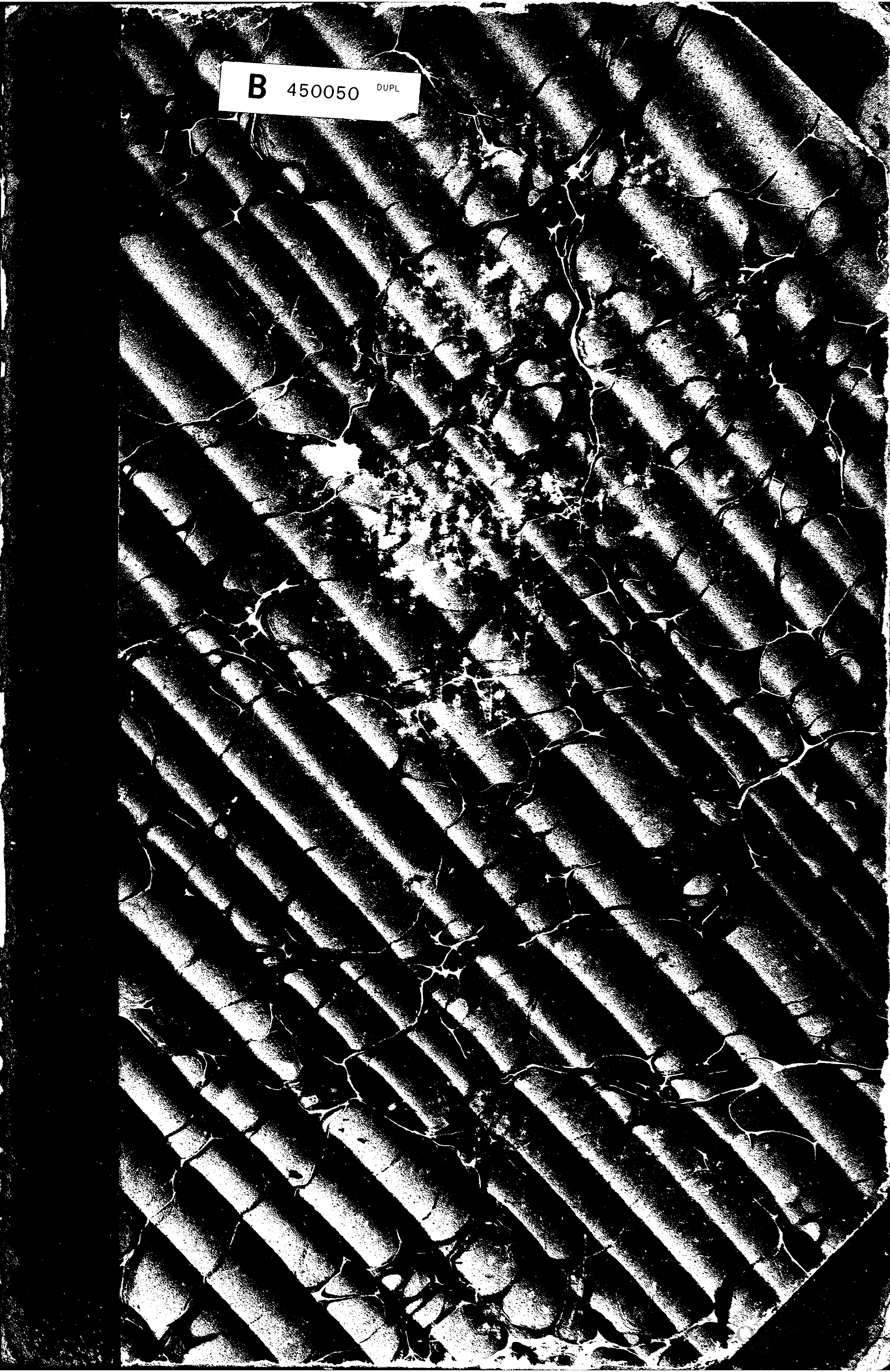


CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARS I.



HAUNIAE MDCCCXCVII.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

(F. HEGEL ET FIL.).

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

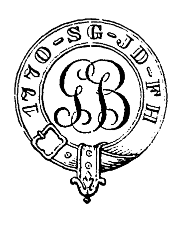
CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS I FASCICULUS I.



HAUNIAE MDCCCXCIII.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

(F. HEGEL ET FIL.).

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE

PRAEFATIO.

Cum de codice nostro ipsoque opere postea uberius expadituri simus, hic pauca tantum de ratione editionis praemonenda sunt.

Codex igitur Leidensis 399,1 (Warn.), qui iamdiu propter genus suum singulare animos uirorum doctorum merito ad se conuertit, sex libros priores Elementorum Euclidis continet Arabice ex interpretatione Al-Hadschdschadschii, quamquam titulus Arabicus nomen Ishakii Ibn Hunain prae se fert. Huic interpretationi commentaria adiecit Al-Narizi e compluribus scriptoribus Arabicis et Graecis petita, inter quos praecipuum locum tenent commentaria Heronis, quae Graece non iam exstant.

Hic codex praestantissimus ut Hauniam mitteretur ibique in Bibliotheca Regia maneret, donec editio nostra absolueretur, Besthornio permisit liberalitas Michaëlis J. de Goeje, u. d., cui hoc loco ob beneuolentiam eximiam gratias quam maximas agimus.

Uerba Arabica Besthornius recensuit notasque numeris Arabicis signatas addidit, interpretationem uero communi consilio confecimus; notae asteriscis signatae Heibergii sunt.

Restat, ut Instituto Carlsbergico, *cuius liberalitate effectum est, ut editio nostra prodire posset, et* Ministerio, *quod cultui scholisque nostris praeest, quo adiuuante Besthornius codices Arabicos Leidenses et Parisinos examinare potuit, gratiae debitae agantur.*

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCXCII.

R. O. BESTHORN. *J. L. HEIBERG.*

كتاب اوقليدس الفيثاغورى

نقل اسحق بن حنين شرح ابى العباس النريزى

فهرست الكتاب

Liber Euclidis Pythagoræi.

Interpretatio Ishak Ibn Hunaini. Commentaria Abul-Abbas Al-Narizii.

Liber continet

numerum librorum	numerum propositionum	Summam propositionum
1	48	
2	14	62
3	36	
4	16	114
5	25	13 (9)
6	33	1 (7) 2
7	39	211
8	27	238
9	38	276
10	109	3 (85)
11	41	426
12	15	441
13	21	(4) 62
14	(11 ?)	473
15	6	
		479

بسم اللّه الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد واله اجمعين
هذا كتاب اوقليدس المختصر فى علم الاصول المقدمة لعلم
المساحة كتقديم علم حروف المعجم التى هى اصوُل الكتابة
لعلم الكتابة وهو الكتاب الذى كان يحيى [بن] خلد (scr. خالد)
بن برمك امر بتفسيره من اللسان الرُومى الى اللسان العربى فى
خلافة الرشيد هرون ابن المهدىّ امير المومنين على يدى الحجّاج
بن يوسف مطرٍ فلمّا افضى الله بخلافته الى الامام المامون عبد
الله بن هرون امير المومنين وكان بالعلم مُغرما وللحكمَةِ
مُوثِرًا وللعلماء مقربًا واليهم مُحسنًا راى الحجاج بن يوسف ان يتقرّب
اليه بتثقيف هذا الكتاب وايجازه واختصاره فلم يدَعْ فيه فضلا الّا
حذ[ف]ه ولا خللا الّا سدَّهُ ولا عيبًا الّا اصلحَهُ واحكمَهُ حتى ثقّفَهُ
وايقنه واوجزهُ واختصرهُ على ما فى هذه النسخة لاهل الفهم والعناية
.. العلم مِن غير ان يغيّر مِن معانيه شيًا وترك النُسخة الاولى على
حالها للعامّة ثم شرحهُ ابو العباس الفضل بن حاتِم النريزى وهذّب
مِن الفاظه وزاد فى كل فصل مِن كلام اوقليدس [ما يـ]ـليق به

In nomine Dei misericordis miseratoris!

Laus Deo, domino mundi, Deusque Muhammedo familiaeque ejus uniuersae gratiam praebeat! Hic est liber Euclidis de elementis contractus, disciplinae dimensionum praemissus eodem modo, quo disciplina litterarum alphabeti, quae sunt elementa scribendi, arti scribendi praemittitur*). Hunc librum Jahja [Ibn] Chalid Ibn Barmak, Ar-Rachid Harun Ibn Al-Mahdio, fidelium imperatore, chalifa regnante, Al-Hadschdschadsch Ibn Jusuf Matarum jussit ex lingua Rhomaea in Arabicam conuertere. Postea Imamo Al-Mamun Abd-Allah Ibn Haruno fidelium imperatore voluntate Dei chalifa facto, qui litterarum studio ardebat, litterarum studiosos colebat iisque fauebat, Al-Hadschdschadsch Ibn Jusuf intellexit se ei commendatum iri, si hunc librum illustrasset, explanasset, in breuiorem formam redegisset. Quod abundauit non reliquit, lacunas expleuit, errores emendauit et remouit, donec librum pertractauerat et eum correctum explanatumque in breuiorem formam redegerat, ut est in hoc apographo, in usum uirorum ingenio praeditorum litterarumque studiosorum sententia non mutata, priore illa editione in manibus legentium relicta. Cui deinde Abul-Abbas Al-Fadhl Ibn-Hatim Al-Narizi commentarios adjecit, uerba recte aptauit, in omnibus capiti-

---

*) De uocabulo στοιχεῖα et litteras et elementa geometriae significante u. Proclus in Elementa (ed. Friedlein) pg. 72, 6–13.

مِن كلام غيره مِن المهندسين المتقدمين ومِن كلام مَن شرح
كتاب اوقليدس منهم وعِلمُ هذا الكتاب مقدمة لعِلم كتاب
بطلميوس الكبير فى حساب النجوم ومعرفة الاوتار التى تقع على
قسى قِطَع الدوائر من افلاك الكواكب التى يسميها المنجّمون
الكُردَجَات[1] لتعديل مسير الكواكب فى الطولِ والعَرضِ
وسُرعَتِها وابطائها واستقامَتِها ورجُوعها وتشريقها وتغريبها ومساقط
شعاعها وعلم ساعات الليل والنهار ومطالع البروج واختلاف ذلك
فى اقاليم الارض وحساب القِران والاستقبالِ وكُسوف الشمس والقمر
واختلاف النظر اليهما مِن آفاق الارض فى جميع نواحى السماء وغير
ذلك الذى يقال له المجسطى فمَن نظر فى هذا الكتاب فى علم هذه
الاصول التى فيه سهل عليه العلم بما فى كتاب المجسطى حتى
يحيط به عِلمًا ان شاء الله ومَن لم ينظر فيه ولم يعلَمْهُ لم يعلم ما
فى المجسطى الّا عِلم روايةٍ وتقليدَ اِمّعةٍ فامّا عِلمُ اِحاطَةٍ فلا سبيل
الى ذلك الّا بعلم هذه الاصول وبالله لا شريك له التوفيق ∴ قال
اوقليدس ان الاسباب التى منها يكون العِلم وبمعرفتها يُحاط
بالمعلوم هى الخَبَرُ والمِثالُ والخلف والترتيبُ[2] والفصلُ والبرهان

---

[1]) Hoc uerbum, de quo u. u. quae scripsit Cantor (Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, pg. 598), jam recte explicauit Steinschneider (Zeitschr. der deut. morg. Ges. XXIV, pg. 333 c. n.).

[2]) In margine legitur haec nota, cuius primus uersus fere totus euanuit

قال - - - - - - - - - - - - - - - - قبل التفسير وامّا المثال
فهو رسم الاشكال المخبر عنها المدلول بها على معنى الخبر
وامّا الخلف فصرف الخبر عن جهته الى ما لا يُمكن فى
الوضع وامّا النظم فهو ترتيب القول فى بادية برهان الخبر وامّا

bus Euclidis apta adjecit, quae sumpserat de aliis geometricis et ex scriptis eorum, qui librum Euclidis enarrauerunt.

Disciplina, quae in hoc libro inest, in disciplinam libri magni Ptolemaei introducit, in quo agitur de cursu siderum dimetiendo et de chordis, quae partibus circulorum in sphaera descriptorum respondent, quas coeli siderumquae periti Al-Kurdaschat vocant, quae disciplina siderum cursum, longitudinem et altitudinem, uelocitatem et cunctationem, processum et retrogressum, ortum et occasum et radios indicat et docet de iis, quae ad horas noctis et diei et ortum siderum pertinet, de differentia eius in diuersis climatibus terrae, de conjunctione et oppositione, de defectu solis et lunae, quales adparent spectantibus quolibet horizonte terrae sub omni regione caeli, cetera — qui liber dicitur Al-Madschisti. Qui ex hoc libro nostro petiverit scientiam eorum elementorum quae in eo insunt, ei facile erit discere, quae in libro Al-Madschisti insunt, ita ut eius disciplina imbuatur, si uoluerit Deus; qui eum non inspexerit, neque didicerit, non discet quae sunt in libro Al-Madschisti nisi ut uanam auctoritatem sequi et temere imitari possit. Sed ad scientiam adcuratam nulla alia est uia quam huius libri elementorum pertractatio. In Deo solo, cui socius non est, nobis auxilium!

Euclides dixit: Principia, a quibus scientia proficiscitur, et quarum cognitione scientia comprehenditur, sunt enuntiatio, exemplificatio, conuersio, praeparatio, distinctio, demonstratio, conclusio*). Enuntiatio est quod explica-

---

التمام فالعرض المقصود معرفته الذى من اجله قدّم جميع ما رسمنا ع: Dixit . . . . ante explicationem; Exemplificatio est delineatio figurarum, de quibus enuntiatio fit, et quibus enuntiatio significatur; conuersio est inuersio enuntiationis ab hoc ad id, quod fieri non potest; dispositio est praeparatio eius, quod proponitur, in initio demonstrationis collocata; Conclusio est conspectus propositi, cuius causa omnia, quae descripsimus, praemissa sunt.

*) Cfr. Proclus p. 203, 4 seq., sed conuersionem (εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν) parum recte addidit Arabs; praeterea ordinem distinctionis et praeparationis conuertit.

والتمام ∴ امّا الخبر فهو الاخبارُ المقدّم عن جُملة الـ[تفـ]سير
وامّا المثال فهو صُوَرُ الاجسام والاشكال المخبر عنها المدلول
بصفتها على معنى الخبر وامّا الخلف فهو خلاف المثال وصرف
الخبر الى ما لا يُمكن وامّا التـ[رتيب فهو تأليف العمل] المُتّفقِ
على مراتبه فى العلم وامّا الفصل فهو فصل ما بين الخبر
الممكن [وغيـ]ـر المـ[ـمكن وا]مّا البرهان فهو الحُجّة على تحقيق
الخبر وامّا التمام فهو تمام العلم بالمعلوم [التابع لجميع] ما ذكرنا ∴[1]
النقطة هى شى لا جُزء له قال النريزى قال ...قيوس[2] النقطة
هى مبدأ المقادير ومنشأها وهى وحدة غير متجزّية ذات وضع[3]

— — — — — — — — — — — — — — — —

بين الخطين المتوازيين هو عمودٌ عليهما وذلك قد بيّنه اوقليدس 2 r.
فى الشكل الثامن والعشرين مِن المقالة الاولى[4] فيقول فى جواب
ذلك ان الحدّ لا يحتاج فيه الى ذكر العمود بل يكتفى فيه بأن
يُقالَ ان البُعد الذى بينهما متساوٍ ولتبيّن ذلك اختيج ان يقال ان
الخط الواحد عمود عليهما جميعًا فامّا الفيلسوف اغانيس فانه ذكر
فى حد الخطوط المتوازية انها فى سطح واحد فقال ان الخطوط
المتوازية هى التى فى سطح واحد واذا اُخرِجَت اِخراجًا دائمًا غير
متناهٍ فى الجهتين جميعًا كان البُعدُ بينهما ابدًا بعدًا واحدًا

---

[1]) Ex praef. cod. Bodl. (Nicoll et Pusey cat. pg. 258) et Al Jaqubi (ed. Houtsma. I, 136) scripturam nostri codicis ualde detritam suppleui Minus recte Nicoll (p. 260 k) ex eo quod haec praefatio in alio codice deest, conjicit, in hoc codice Ishaki contineri uersionem, antequam a Tsabeto emendata fuisset.

[2]) Quae supersunt, Simplicium legendum esse demonstrant.

tioni uniuersae praemittitur; *exemplificatio* est delineationes corporum et figurarum, de quibus enuntiatio fit, et quarum descriptio refertur ad enuntiationem; *conuersio* est contraria exemplificationi et inuersio est enuntiationis ad id, quod fieri non potest; *praeparatio* est compositio constructionis ordini, quo singula innotuerunt, conueniens; *distinctio* distinguit inter enuntiationem ejus, quod fieri potest, et ejus, quod fieri non potest; *demonstratio* probatio est, qua enuntiatio probatur; *conclusio* est absolutio cognitionis per id, quod notum est, omnibus, quae commemorauimus, succedens.

Punctum est res, cui nulla pars est.

Al-Narizi dixit, *Simplicium* dixisse, punctum esse principium originemque quantitatum et unitatem, quae diuidi non possit

— — — — — — — — — — — — — —

[distantia] inter duas rectas parallelas perpendicularis in eas est, quod Euclides in I, 28 explicauit*) Ad hoc adnotat (Simplicius?): Definitio non eget eo, quod dicit de perpendiculari, sed satis fuisset, si dixisset, distantiam inter eas aequalem esse. Sed ad rem demonstrandam necesse est dicere, unam rectam ad utramque perpendicularem esse. In definitione rectarum parallelarum philosophus Aganis (Geminus) commemorauit, eas in eodem plano esse.**) Rectae, inquit, parallelae rectae sunt in eodem plano sitae, quarum distantia, si simul in utramque partem in infinitum producuntur, ubique eadem est. Sunt,

---

3) Qui singulas paginas codicis numeris signauit non animaduertit, hic plura folia excidisse, quae sine dubio Simplicii commentarios in definitiones Euclidis continebant, quorum nunc ea tantum quae ad ultimam pertinent seruata sunt et ne haec quidem integra.

4) Cfr. huius cod. pg. 16: اذا كان خطان مستقيمان متوازيين فان البعد بينهما هو عمود على كل واحد منهما: Si duae rectae parallelae sunt, distantia inter eas perpendicularis est ad utramque.

*) Cfr. Posidonius ap. Procl. p. 176, 10 sq.

**) Cfr. Proclus p. 175, 21 sq., quae omnia e Gemino petita esse ipse testatur p. 177, 24.

وقد يُظن ان مساواة البعد بينهما هى العلة التى لها صارت لا يلتقى ان كان كيس المعنى فى القولين جميعًا واحدًا ولعلّ ما استثنى به فى حدّها مِن ان الخطين فى سطح واحد ليس يحتاج اليه ضرورة فانه ان كان اذا كان البعد بينهما بُعدًا واحدًا لم يكن لاحدهما ميل الى الاخر بتّةً فهما لا محالة فى سطح واحد اعنى المخرج عليهما جميعًا وان كان موضع احدهما منخفضًا وموضع الاخر متعاليًا فامّا ان البعد المحدود هو اقصر الخطوط التى تصل بين المتفرقين فقد قيل فيما تقدّم وهذا البعد هو امّا فى النقطتين المتفرقتين فالخط المستقيم مُطلقًا الذى يصل بينهما لان الخط المستقيم اقصر الخطوط التى ... ياتها واحدة اعنى التى تصل بين نقطتين فامّا البعد بين نُقطة وخط او بين نُقطة وسطح فهو العمود الذى يخرج منها اليه وهو اقصر الخطوط التى تصل بين النقطة وبين السطح او بين الخط وامّا البعد الذى بين خط وخط فانهما ان كانا متوازيين فهو بعدٌ واحدٌ متساوٍ فى كل موضع منهما اقصر الابعاد التى بينهما فهو عمودٌ على كل واحد منهما فى كل موضع فيهما فامّا ان لمْ يكونا متوازيين فان اقصرَ الخطوط التى تصل بينهما مختلفة بحسب اختلاف النُقط المفترضة عليهما وهذا الخط مِن طريق [طريقه .l] انه مِن نقطة الى خط هو عمودٌ على الخط الذى أُخرج اليه الا انه ليس عمودًا على الخط الذى فُرِضت النقطة عليهِ ولكنّ هذا القول قد يُحتاج فى بيانه الى اقناعٍ هندسيٍ ∴ فامّا قوله اذا أُخرجَا فى الجهتين جميعًا فذلك بالواجب فان الخطين المستقيمين اللذين يلتقيان

qui putent, aequalitatem distantiae inter eas esse causam, quae efficiat, ut non concurrant, si quidem recte consideretur sententia uerborum, quae sunt »simul« et »eadem«. Quod autem in definitione sua excipit, duas illas rectas in eodem plano esse, non plane necessarium est. Quum enim distantia inter eas eadem sit, et altera in alteram omnino non inclinet, sequitur, ut in eodem plano positae sint, eo scilicet, quod per utramque projicitur, etiamsi locus alterius deprimitur, alterius eleuatur. Distantiam, quam diximus, breuissimam esse lineam, quae disjuncta conjungat, jam antea dictum est. Haec distantia aut distantia est inter duo puncta disjuncta, et tum utique recta, quae ea conjungit, quia recta linea breuissima est linea, quae . . . . h. e. quae duo puncta coniungit; aut distantia inter punctum et lineam aut inter punctum et planum, h. e. perpendicularis, quae ab eo ad planum ducitur, quae linea breuissima linea est quae coniungit punctum et planum uel lineam. Quod ad distantiam inter duas lineas adtinet, ea, si lineae parallelae sunt, una eademque est, in omnibus locis earum sibi aequalis, quae breuissima est distantia et omnibus locis earum ad utramque perpendicularis. Si non sunt parallelae, breuissima linea, quae eos coniungit, uariat, prout uaria in iis puncta data sunt. Haec linea eiusmodi est, ut ab aliquo puncto ad alteram lineam ducta perpendicularis sit ad lineam, ad quam ducitur, sed ad lineam, in qua punctum datum est, non perpendicularis. Sed ad hoc dictum explicandum confirmatione geometrica opus est.

Uerba eius: »si simul in utramque partem producuntur« necessaria sunt. Duae enim rectae, quae in altera parte concurrunt, in altera non concurrunt, ita ut distantia earum crescat, non sunt parallelae*).

Uerba, quae sunt: »si semper in infinitum producuntur«, ratione imaginationis**) dixit, ne mensuram certam indicare

*) Proclus p. 175, 15 sq.

**) φαντασία.

فى احدى الجهتين لا يلتقيان فى الجهة الاُخرى لكن يكون بعد
كل واحد عن صاحبه اكثر وهما غير متوازيين واَمّا قوله اذا
اُخرجا اِخراجًا دائما غير متناهٍ فانه انما قالهُ على سبيل التخيُّل
ليلّا يلزمهما تقديرٌ عن ذلك لا انّ اخراجهما يجوز كُرة الكواكب
الثابتة لكن لكى لا نكون اذا وضعنا (؟) لاخراجهما آجزاءلا
يلتقيان فيه نحكم على خطين يمكن فيهما اذا تجاوزا ذلك الحد
ان يلتقيا فانهما لا يلتقيان فهذا ما جرَت العَادَة بأن يُقالَ فى
هذا العارض بل هو اختصارٌ وتحصيل لما كَثّر فيه غير.. (غيرنا) ∵
النقطة علة الاشياء المتصلة والواحِدة علة الاشيا المنفصلة النقطة
اصلُ الخط الـ . . . . (؟ المستقيم) واصل الدايرة ∵ والكرة والمخروط
اصل المجسميات ع قال اوقليدس المصادرات هى خمسٌ ع
قال سنبليقيوس ان اوقليدس بعد ذكرِ الحدودِ الدالّة على
جوهَرِ كل واحدٍ مِن المحدُودات انتقل بكلامه الى تعديد 2 u.
المصادرات والمصادرات بالجُملة هى ما ليس مُقرًّا به لكن يفارق
المتعلِمَ على الاقرار به على طريق المُسامَحةِ ليكون اصلًا موضوعًا
بينه وبين المُعَلِّم مُقرًّا به وهذا الاصل اما ان يكون غير مُمكن
مثل المصادرة التى طلب ارخميدُس ان يُقرّ لهُ بها وهى ان يَصادر
على انه واقِف خارج الارض فانه تضمّن إن سلّم له ذلك ان تبيّن
انه يُحرك الارض اذ يقول ايّها الفتى اِقرّ لى بانه مُمكِنٌ ان ارتفع
فأقِفَ خارج الارض وانا اُرِيك انّى احرُّك الارض وذلك عند اِفتخارِهِ
بِوجدانه القُوةَ الهندسية فطلب ان يُصادَرَ على ذلك ويُنزل انه
كذلك وإن كان غير مُمكن لسياقة التعليم فالمُصادَرُ عليه امّا ان

cogatur, nec eas ultra sphaeram stellarum fixarum produci uult,*) sed hoc dixit, ne, si in iis ducendis partes quasdam statuerimus, intra quas non concurrant, in duas lineas incidamus, quae ut concurrant, si ultra hunc terminum producantur, fieri possit. Nam certe non concurrunt. Hoc uulgo in hanc sententiam dicitur, sed decurtatum est et contractum, quum alii pleniore forma uti soleant.

Punctum principium est magnitudinum continuarum, unitas discretarum**). Punctum origo est rectae (?) et circuli, sphaera uero et pyramis origo corporum stereometricorum.

Euclides dixit: Postulata quinque sunt.***)

Simplicius dixit: Definitionibus expositis, quae naturam singularum, quae definiuntur, rerum ostendunt, Euclides postulata enumerare incipit. Postulatum igitur, ut breuissime dicam, est, quod non per se constet, sed quod discipulus non sine difficultate concedat, ita ut certum sit fundamentum et ei et magistro comprobatum. Hoc fundamentum est aut, quod fieri non potest, uelut illud postulatum, quod Archimedes ponere conatus est. Eius enim postulatum hoc erat, ut extra terram consisteret, unde pendebat demonstratio, eum hoc concesso terram mouere posse. Ait enim: si mihi concesseris, iuuenis, fieri posse, ut extra terram in altum tollar, tibi probabo, me terram mouere posse. Huic conuenit, quod gloriatur, se inuenisse »uim†) mathematicam«. Hoc uero postulauit et admisit, etsi fieri non potuit, institutionis causa. Postulatum igitur est, ut diximus, aut quod fieri non potest, aut quod fieri potest, notum prae-

---

*) Cfr. quae de notione infiniti apud mathematicos exposuit Aristoteles Phys. III 7 p. 207 b 27 sq. Simplicius in Phys. I p 511 16, (ed. Diels): *τίς γὰρ τὴν τοῦ κόσμου διάμετρον ἐν τοῖς διαγράμμασι παραλαμβάνει* u. etiam Alexander ap. Simpl. p 511, 30 sq

**) Haec et sequentia scholium uidetur errore huc inculcatum. Cfr. Proclus p. 9 , 26 sqq.

***) *αἰτήματά ἐστι πέντε.* Aliq. codd. Euclidis edd. Heiberg et Menge) I, p. 8, 6.

†) *δύναμις*, potentia mechanica.

يكون غير مُمكن على ما قلنا وامّا مُمكنٌ معلومٌ عند
الاستاذين مجهولٌ عند المُتعلّمين يُحتاج ان يُستعمل فى اوّل التعليم
فان الاشياء التى تبرهَن هى ايضًا معلومَةٌ عند الاستاذين مجهُولَةٌ
عند المتعلّمين لكنّها لا تُوضَع على طريق المصادرة لانها ليسَت
اوايل لكنها تُبرهَن فامّا المصادرات فانما يَطلب الواضِع لها ان
يُصادر عليها مِن قبل انها مبادى فمِنها ما يُطلَبُ ان يُصادَرَ عليه
من قبل انه لازمٌ فقط للتعليم كالثلاث المصادرات الاولى ومنها
ما يحتاج الى بيّن يسير حتّى تصدّق بها وتُقْبَل بذاتِها والفصل
بينها وبين العلوم المُتعارَفة ان العلومَ المُتعارَفةَ مَقبولَة بنفسِها
مع اوّلِ وقوعِ الفِكر عليها والمُصادرات متوسّطة فى الطبع بين
المبادى الماخوذة مِن العِلم الاوّلِ والتى عِلَلُها مَجهُولَةٌ عند
المستعملين لها كالحدود [و]بين العلوم المتعارفة التى يَقبلُها
جميعُ الناس على مثالٍ واحدٍ اذ كانت المصادرات معروفة لكن
ليس عند جميع الناس بل عند الاستاذين فى كل واحدةٍ من
الصِناعات: وقد ظن قومٌ ان المصادرات الهندسيّة انما قُصِد بها
لان يسلمَ العُنصر فقط اذ كان لا يتهيّا فيه كل الاعمال فيكون
قد يتهيّا لمُعانِدٍ ان يُعانِدَ مِن قِبَلَ العُنصُرِ فيقول انه لا يُمكننى
ان أُخرج خطًا مستقيما على سطح البحر ولا يُمكننى ان أُخرج
ايضا خطًا مستقيما اخراجًا دائمًا بلا نهايةٍ اذ كان لا نهاية غير
موجودٍ ولكن اصحاب هذا القول امّا اوّلا فانّهم يظنّون انّ المصادرات
انما! يحتاج اليها مَن كانت هندستهُ عُنصرية فقط ع ومن بعد
ذلك ماذا يقولون فى مساواة الزوايا القايمة كيف يوجدوننا ان

ceptoribus, discipulis ignotum, quo prima disciplina carere non potest. Ea quoque, quae demonstranda sunt, nota magistris sunt, discipulis incognita, sed tamen in postulatorum numero non habentur, quod non sunt principia, sed demonstrantur.

Quod ad postulata adtinet, qui ea ponit, ea ut principia postulat; sunt eorum, quae postulentur tanquam disciplinae prorsus necessaria, uelut tria prima postulata*), et alia, quae explicatione facili egeant, ut ratio eorum agnoscatur et ex natura sua admittantur. Inter haec et communes animi conceptiones hoc interest, quod communes animi conceptiones per se statim ab eo, qui eas cogitatione amplectitur, admittuntur, quum postulata ex sua natura medium teneant inter principia ex metaphysicis arcessita, quorum causae iis ignotae sunt, qui iis uti conantur, scilicet definitiones**), et inter communes animi conceptiones, quas omnes uno consensu adprobant, quum postulata constent illa quidem, attamen non uulgo, sed magistris in sua quaeque scientia. Uulgo opinantur, postulata geometrica id tantum spectare, ut principia constent, quum non omnes constructiones, quae in iis continentur, fieri possint, ita ut aduersarius rerum natura nisus contra dicere possit: »Mihi non licet rectam in superficie maris ducere neque rectam in infinitum producere in continuum, quum »infinitum« illud re non exstet«. Qui hoc dicunt, primum opinantur, postulata ei soli necessaria esse, qui elementis modo geometriae imbutus sit. Quid tum dicent de aequalitate angulorum rectorum, et quo modo nobis persuadebunt, hoc postulatum ad principia pertinere? Eodem modo se habet postulatum, quod sequitur. Sed optimum est dicere, postulata esse eiusmodi, quae discipulus non statim comprobet, quum primum audiuerit, sed quae necessaria sint ad demonstrationes. Hac enim definitione comprehenditur, et quod

---

*) Geminus ap. Procl. p. 185, 6 sq.

**) Significantur notiones, quae in philosophia explicantur, in geometria uero sine explicatione usurpantur, uelut ἄπειρον μέγεθος μείζων, simila.

المصادرة على ذلك مِن قبل العَنصُر وكذلك الامرُ فيما يتلو هذه
مِن المصادراتِ فالاجودُ ان يُقال ان المصادرات هى ما ليس بمقبولٍ
عند المتعلّم فى اول ما يقرعُ سَمعَهُ ويُحتاجُ اليها فى البُرهانِ فمنها
ما هو غيرُ مُمكنٍ ولذلك ليس يسهل قبولُها كما يسهل قبولُ
الثلث الاول لكن انما يطلب الاِقرارُ بها لسياقة التعليم على ما
قلتُ ومِنها ما هو مُعلومٌ عند الاستاذ مقبولٌ عنده وهو عند المتعلم
فى العاجل بعيد غير بيّن ولذلك يطلَبُ مِنهُ الاقرارُ به كالحالِ
فيما بعد الثلث مِن المصادرات ومنفعة الثلث مِن المصادرات
الاول ان لا يعوق عن البراهين ضَعَفُ العنصر وتخلَفُهُ (تخلُّفُهُ .l) ∴
وامّا التى بعد الثلث الاول فانه قد يُحتاجُ اليها فى براهين ما ع
قال اوقليدس ليُصَدر على ان نُخرج خطاً مستقيمًا مِن كُلّ نقطةٍ الى 3 r.
كل نقطةٍ[1] ∴ قال سنبليقيوس انما قال هذا القول لانه قد يُوجَدُ لا
محالة بين كل نقطتين تفرضان بُعدٌ هو اقصرُ الابعادِ بينهما
فاذا اخرجناهُ كان المخرج خطا مستقيما وكانت نهايتاهُ
النقطتين المفروضتين وليسَ يُمكن ان يُخرج خط مستقيمٌ يمرُّ
بثلثِ نُقَطٍ الّا ان تكون النقطة الوسطى تستر النقطتين اللتين
فى الطرفين اعنى انّ يكون الثلث فى سمتٍ واحدٍ وقد يُمكن
ايضا ان يخرج مِن كل نقطة الى كل نقطة قوس مِن دايرةٍ فانا
اذا اخرجنا الخط المستقيم الذى يصل بين النقطتين مثل خط

[1]) In margine est: قال الكندى مِن ذلك معرفة كيف نخرج
خطا مس[تقيما] من اىّ نقطة فرضنا الى اىّ نقطة

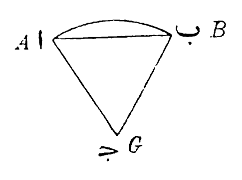
Al Kindi dixit: Hinc adparet quo modo lineam rectam ab puncto dato ad punctum ducamus.

fieri non potest eoque difficilius comprobatur, uelut tria prima [postulata], sed quod institutionis causa constare uolumus, ut iam dixi, et quod magistro notum est et constat, discipulo autem primo adspectu alienum et obscurum uidetur; quare ab eo postulatur, ut ea concedat, ita ut fit in iis, quae tria [prima] postulata sequuntur. Prima autem tria postulata id utilitatis habent, quod debilitas et uilitas principiorum demonstrationibus impedimento non sunt. Quae tria prima sequuntur, in compluribus demonstrationibus necessaria sunt.

Euclides dixit: Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum rectam lineam ducamus.

Simplicius dixit: Hoc dixit, quia iam constat distantiam inter duo puncto data, quaecunque sunt, breuissimam distantiam inter ea esse. Quam quum duxerimus, linea ducta est recta linea, cuius termini duo puncta data sunt. Neque fieri potest, ut rectam lineam per tria puncta ducamus, nisi eo modo, ut punctum medium duo puncta extrema occultet, hoc est, ut tria puncta in eodem itinere sita sunt.

Fieri etiam potest, ut a puncto quouis ad punctum quoduis arcum circuli ducamus. Si enim in recta linea inter duo puncta ducta, ut recta AB, triangulum aequilaterum construxerimus uelut triangulum ABG, et puncto G centro radioque GA circulum descripserimus, qui per punctum B ueniet, quoniam distantia a B ad G eadem est ac distantia ab A ad idem, linea AB arcus circuli erit.



Necesse est hoc postulare, quum imaginatio adiumentum elementorum geometriae sit. Sed in ipsa rerum natura temere ageret, qui postularet, ut recta linea ab Ariete ad Libram duceretur.

Euclides dixit: Et ut ab recta rectam terminatam*) in continuum ducamus in directum.

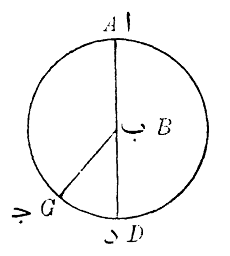
*) Debuit dicere: a recta terminata rectam cet. cfr. infra p. 18.

اب وعملنا عليه مثلثا متساوى الاضلاع مثل مثلث ا ب ج وصيّرنا نقطة ج مركزًا وادرنا ببعد ج ا دائرةً جازت على نقطة ب لانّ بُعد ب عن ج هو مثل بعد ا عنها فيكون خط ا ب قوسًا مِن دائرة ∴ وهذا الامر بالواجب طلب ان يُصادَر عليه اذ كان قِوام عنصر الهند[س]ة فى التخيُّل فانه لو كان فى الاجسام ذوات العُنصر انفسها لكان مِن التقحُّم ان يطلب ان يصادر على ان يخرج خط مستقيم مِن الحمل الى الميزان قال اوقليدس وعلى ان نخرج خطا مستقيما ذا نهايةٍ مِن خط مستقيم مُتصلًا به على استقامَةٍ قال سنبليقيوس المتصلات هى التى نهايتها واحدة وقد يمكن ان نُخرج خطا مستقيما على استقامة اِخراجًا مُتّصلا ليكون باسره خطا واحدًا مستقيما وذلك انه قد يُمكن ان يكون المُخرج متصلا بالخط ولا يكون الاتصال على استقامة اذا احاط بزاويَةٍ وبعكس ذلك ايضا قد يمكن ان يكونا على استقامة ولا يكونا خطًا واحدًا وذلك متى لم يكونا متصلين ونعلم ما قيل فى التحديد ان يكون الخط ذا نهايةٍ لانّه ان كان غير مُتناهٍ كيف يُمكن ان يُخرَجَ فامّا الخط المتناهى فانه قد يُوضَعُ ان يكون اخراجُه غير متناهٍ ان احتيج الى ذلك فيه وذلك لئلّا يعوقنا فى شى مِن الاشكال تقصير الخط عن ذلك فامّا ان الخط الذى يُخرج على استقامةٍ خطٍ مستقيمٍ ذى نهايةٍ هو مَعَهُ خط واحد لا خطّان فانا نبيّن ذلك بهذا العمل بعد ان نشترط ان يُسلّم لنا احدى المُصادرات وهى التى بعد هذه اعنى ان نخط دائرةً على كل مركز وبكل بُعدٍ فنقول انا نفرض خطا مستقيما ذا نهاية

Simplicius dixit: Continuae sunt, quarum termini iidem sunt. Fieri igitur potest, ut in directum rectam in continuum ducamus, ita ut tota fiat una recta; nam hoc quoque fieri potest, ut linea ducta cum alia linea ita continua sit, ut continuatio non fiat in directum, scilicet ubi [cum illa] angulum comprehendit. Hoc quoque fieri potest, ut duae rectae in directum ductae non fiant recta una, scilicet ubi continuae non sunt. Lineam autam terminatam esse e definitione cognouimus; nam quo modo duceretur, si terminata non esset? Jam uero lineam terminatam in infinitum produci posse, si necesse sit, antea supposuimus, ne hic defectus lineae nobis in propositionibus ulli impedimento sit.

Lineam, quae in directum lineae rectae terminatae ducatur, cum ea unam lineam, non duas fieri, hac constructione explicabimus, quum prius sumpserimus, unum postulatum constare, scilicet id, quod hoc sequitur, dico, nos quouis centro radioque circulum describere posse.

Dicimus igitur: Damus lineam rectam terminatam AB. Dico, lineam cum ea continuam in directum ductam unam cum ea fieri lineam. Demonstratio: Si linea in directum lineae AB ducta cum ea una linea non fit, ducimus lineam ABG*) et lineam ABD rectam, et centro B radioque BA circulum AGD describimus. Utraque igitur linea ABG, ABD sunt rectae et eaedem diametri, quoniam per centrum circuli cadunt, ita ut utraque circulum in binas partes aequales diuidat. Itaque arcus AGD arcui AG aequalis est, maior minori, quod absurdum est neque fieri potest. Ergo linea, quae in directum ducta cum linea AB continua est, cum ea una linea fit.



*) H. e. rectae AB in directum ducimus BG, ita ut cum AB una recta non sit. Sed tota demonstratio Arabica nihil ualet; nam petitionem continet principii, quam uocant.

عليه اب فاقول ان الخط الذى يُخرج مُتصلًا به على استقامة هو مَعَهُ خط واحدٌ برهان ذلك انه اِن لم يكن الخط الذى يخرج متصلًا بخط اب على استقامته مَعَهُ خطًا واحدًا فانا نخرج خط اب ج وخط اب د مستقيم ونُدير على مركز ب وببعد ب ا دائرة اجد فان كل واحد مِن خطى اب ج اب د خطا مستقيما فان كل واحد منهما قطرٌ لانه يجوز على مركز الدائرة فكل واحد منهما يقسم الدائرة بنصفين فقوس اجد مساوية لقوس اج العظمى للصغرى هذا خلف لا يُمكن فاذا الخط الذى يخرج على استقامة خط اب متصلا به هو معه خط واحد ع قال اوقليدس وعلى ان نخط دائرة على كل مركز وبكل بُعدٍ قال سنبليقيوس يريد بالبُعد الذى يُدارُ عليه الدائرة البعد المتناهى فى الجهتين جميعًا فظاهرٌ انه ان كان يمكن ان يُخرج من كل نقطة الى كل نقطة خطٌ مستقيم والدائرة تكون اذا ثبتت احدى نقطتى الخط المستقيم وهى مركزُ الدائرة واُديرَت النقطة الاخرى حتى يحدث المُحيط فانه ممكن ان يُدارَ على مركز وبكل بعدٍ دائرةٌ ∴ قال اوقليدس[1] وعلى ان الزوايا القائمة كلها متساوية قال سنبليقيوس مَن استعمل فى هذا القول البحث المنطقى ظهر له صحّتُه ظهورًا بيّنا وذلك انه ان كانت الزاوية القائمة هى التى تحدث عن الخط القائم قيامًا لا ميل فيه بتةً والقيام الذى لا ميل فيه بتةً لا يحتمل الزيادة ولا النقصان لكنه ابدًا على حالٍ واحدةٍ فان الزوايا القائمة هى ابدًا متساوية وقد يبيّنون ذلك ايضًا بالخطوط[2] الهندسية بهذا العمل ∴ اقول انه لا يمكن ان تكون

3 u.

Euclides dixit: Et ut quouis centro et quouis radio circulum describamus.

Simplicius dixit: Radium, quo circulus describatur, dicit radium ad utramque simul partem terminatum. Si fieri potest, ut a quouis puncto ad quoduis punctum linea recta ducatur, et si circulus oritur eo, quod altero puncto lineae rectae, quod est centrum circuli, non moto alterum punctum circumagitur, donec ambitus fiat*), manifestum est fieri posse, ut circulus circum centrum quouis radio describatur.

Euclides dixit: Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

Simplicius dixit: Qui in hac re ratione logica uti uult, ei hoc recte se habere facile apparebit. Si enim rectus angulus est, qui a linea perpendiculari, cui nulla omnino inclinatio est, oritur, et directio lineae, cui nulla omnino inclinatio est, neque augeri neque diminui potest, sed semper in eodem statu est, etiam anguli recti semper inter se aequales erunt. Quod et iam hic lineis geometricis usi hoc modo demonstrant**). Dico fieri non posse, ut angulus rectus angulo recto maior sit. Si enim hoc fieri potest, sint duo anguli recti inter se inaequales, scilicet anguli ABG, EZH, sitque angulus EZH angulo ABG maior. Manifestum igitur est, angulo ABG ad angulum EZH applicato, et linea AB in linea EZ posita, lineam BG intra angulum EZH cadere, quia suppositum est angulum EZH maiorem esse angulo ABG. Supponamus igitur, eam intra eum cecidisse et in linea

---

[1]) In margine: وكل الزوايا القائمة مساو بعضها لبعض: Et omnes anguli recti aequales sunt.

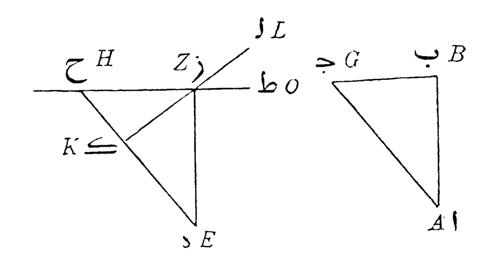
[2]) Hic errore scriba repetiuit uerba (p. 16—18) ab ان يكون الثلث usque ad: على نقطة فى سمتٍ واحد sed uerba postea deleuit.

*) Cfr. Proclus p. 185, 19 sq.

**) Proclus p. 188, 20 sq.

زاوية قائمة اعظم مِن زاوية قائمة فان امكن ذلك فلتكن زاويتان قائمتان مختلفتين وهما زاويتا ابج هزح ولتكن زاوية هزح اعظم مِن زاوية ابج فظاهر انه اذا ركبت زاوية ابج على زاوية هزح ووضع خط اب على خط هز يقع خط بج داخل زاوية هزح لان زاوية هزح فُرِضت اعظم مِن زاوية ابج فلنفرض انه قد وقع داخِلاً وصار وضعُهُ على خط زك فتكون زاوية هزح اعظم مِن زاوية هزك ولنخرج خط زط على استقامة زح فتكون زاوية هزح مساوية لزاوية هزط لانهما متتاليتان فلان خط هز اذ كان قائما قياما لا ميل فيه بتة فالزاويتان اللتان عن جنبتيه متساويتان ولكن زاوية هزح اعظم مِن زاوية هزك فاذًا زاوية هزط اعظم مِن زاوية هزك ولنخرج خط زل على استقامة خط زك فتكون زاوية هزل مساوية لزاوية هزك لانهما متتاليتان وهما قائمتان ولكن زاوية هزط اعظم مِن زاوية هزك فيجب ان تكون ايضا اعظم مِن زاوية هزل فالصُغرى اذا اعظم مِن العظمى هذا خلف لا يمكن فاذا لا يمكن ان تكون زاوية قائمة اعظم مِن زاوية [قائمة] ولا اصغر منها ∴ فالزوايا القائمة اذا كلها متساوية وليس كل الزوايا المتساوية قائمة الا ان تكون متتالية فانه قد يمكن ان تتساوى الزوايا وهي منفرجة وحادّة ∴ وليس الزوايا المساوية لقائمة هي ايضا قائمة اضطرارًا (الا) ان يُنقل اسم الزاوية الى القسى ايضا فتصير الزوايا التي تحيط بها قسى زاوية قائمة على طريق الاستعارة مثال ذلك ان نفرض زاوية قائمة عليها ابج ونعلم على مركز ب وبابّ بعد شئنا علامتين على خطى اب وبج وهما علامتا ده وندير على

ZK positam esse, ita ut angulus EZH maior fiat angulo EZK, et ducamus lineam $Z\Theta$ in directum lineae ZH, ita ut angulus EZH fiat aequalis angulo $EZ\Theta$, quia deinceps positi sunt. Quum



enim linea EZ perpendicularis sit, cui omnino nulla inclinatio est, duo anguli ad utramque partem eius positi inter se aequales sunt.*) Sed angulus EZH maior est angulo EZK; itaque etiam angulus $EZ\Theta$ maior est angulo EZK. Ducamus lineam ZL in directum lineae ZK, ita ut angulus EZL fiat aequalis angulo EZK, quia deinceps positi duos rectos efficiunt**). Sed angulus $EZ\Theta$ maior est angulo EZK; itaque necesse est eum maiorem esse angulo EZL, minorem maiore, quod absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest neque, ut angulus rectus maior sit angulo [recto], neque, ut minor sit. Ergo omnes anguli recti inter se aequales sunt. Sed omnes anguli inter se aequales non ideo recti sunt, nisi deinceps positi sunt, et fieri potest, ut anguli inter se aequales et obtusi et acuti sint.

Anguli recto angulo aequales non ideo recti sunt, si nomen anguli etiam ad arcus transfertur, ita ut anguli, quos arcus comprehendunt, ratione metaphorica anguli recti dicantur***).

E x e m p l i f i c a t i o.†) Supponimus angulum rectum, in quo litterae A, B, G. Centro B et quouis radio in lineis AB, BG duo puncta sumimus D, E. Duobus centris D, E et duobus radiis

---

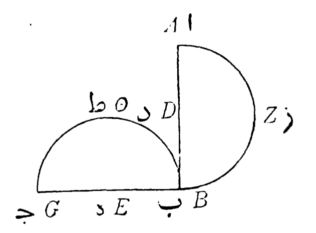
*) U. Proclus p. 189, 2 sq.

**) Dicendum erat: quia $EZK = ABG$, qui rectus est ideoque angulo deinceps posito aequalis; u. Proclus p. 189, 6 sq.

***) Pappus apud Proclum p. 189, 12 sq.

†) Proclus p. 189, 23 sq.

مركزى ده وببعدى هب دب نصف دايرة ازب ونصف دائرة بطج
فتكون زاوية ابز مساوية لزاوية جبط لانّ انصاف الدوائر اذا
كانت متساوية كانت زواياها متساوية ونجعل زاوية ابط مشتركة
فيكون جميع زاوية ازبط مساوية لزاوية ابج وزاوية ابج قائمة
فزاوية ازبط هلالية فقد صارت زاوية هلالية مساوية لزاوية قائمة ع
قال اوقليدس واذا وقع على خطين مستقيمين خط مستقيم فصيّر 4 r.
الزاويتين اللتين فى جهة واحدة اصغر مِن قائمتين فان الخطين [1]
يلتقيان فى الجهة التى فيها الزاويتان اللتان هما اصغر مِن قائمتين
قال سنبليقيوس ان هذه المصادرة ليست بظاهرة [فى] كل ذلك لكنّه
قد احتيج فيها الى بيان بالخطوط حتى انّ انطساطوس (?) وديودرس
بيّناه باشكال كثيرة مختلفة قال النريزى قد ذكرنا تفسيرَهُ
مع زيادات اغانيس بعد برهان الشكل السادس والعشرين مِن
المقالة الاولى ∴ قال اوقليدس وعلى انّ خطين مستقيمين لا
يحيطان بسطح قال سنبليقيوس ان هذه المصادرة ليست توجد
فى النسخ القديمة ولعلّ ذلك لانّها ظاهرة بيّنة ولذلك رُسمت
المصادرات بانها خمس فامّا الحدث فانهم برهنوه على هذا السبيل
فقالوا انه ان امكن ان يكون خطان مستقيمان يحيطان بسطح
فليُحط خطا اجب ادب المستقيمان بسطح على ما هو مرسومٌ
ونخرج خطى به بز على استقامتهما ولنرسم على مركز ب وببعد
با دائرة اهزح فمِن اجل ان نقطة ب مركز لدائرة اهزح يكون
كل واحد مِن خطى اجبه ادبز المستقيمين قطر الدائرة
فقوس از مساوية لقوس ازه العُظمى للصُغرى هذا خلف لا يمكن



EB, DB*) semicirculum AZB et semicirculum $B\Theta G$ describimus, ita ut angulus ABZ angulo $GB\Theta$ aequalis fiat, quia anguli semicirculorum inter se aequalium ipsi inter se aequales sunt. Jam angulum $AB\Theta$ communem facimus, ita ut totus angulus $AZB\Theta$ angulo ABG aequalis fiat. Hic rectus est, et angulus $AZB\Theta$ angulus lunaris est. Ergo angulus lunaris**) angulo recto aequalis factus est.

Euclides dixit: Si in duas rectas recta incidit ita, ut duos angulos ad eandem partem sitos duobus rectis minores efficiat, duae illae lineae in eam partem concurrent, in quo duo anguli sunt duobus rectis minores.

Simplicius dixit: Hoc postulatum non prorsus manifestum est, sed in eo explicatione per lineas opus est, ita ut Anthiniathus (?) et Diodorus multis uariisque propositionibus explicauerunt.***)

Al-Narizi dixit: Explicationem cum additamentis Gemini post demonstrationem propositionis XXVI (ɔ: XXVIII) libri primi commemorauimus.

Euclidis dixit: Et duas rectas spatium non comprehendere.

Simplicius dixit: Hoc postulatum in antiquis codicibus non inuenitur, sed causa huius rei fortasse est, quod nulla explicatione eget, ideoque postulata quinque esse dicuntur.

Recentiores autem id hoc modo demonstrant: Si fieri potest, inquiunt, ut duae rectae spatium comprehendant, duae rectae AGB, ADB spatium comprehendant, ita ut descriptum est. Ducimus lineas BE, BZ in directum, et centro B, radio

---

[1]) In margine additur: اذا أُخرجا فى تلك الجهه فلا بدّ مِن ان يلتقيا: Si in hanc partem producuntur, necesse est eas concurrere.

*) Qui e constructione aequales sunt.

**) μηνοειδής Proclus, p. 190, 8.

***) Cfr. de Ptolemaeo Proclus p. 191, sq. et huius cod. p. 15 u.

فليس اذًا يُحيط خطان مستقيمان بسطح[1] ∴ فان قال قائل ان القوس ليست مساويةً للقوس لكن تكسير قطعة ادبز مساوٍ لتكسير قطعة اجبهز[2] لزمه ضرورةً ان زاوية زاد[2] مساوية لزاوية زاج[2] وذلك غير ممكن وانما لزمَهُ ذلك لانا قد بيّنا ان انصاف الدوائر يتطابق وايضا فان كانت قطعة ادبز مساوية لقطعة اجبهح[2] والمركز على نقطة ب فان كل واحدة مِن القطعتين نصف دائرة وتكون قطعة زبه[3] خارج الدائرة ∴ قال اوقليدس القضايا المقبولة والعلومُ المتعارفة[4] ∴ قال سنبليقيوس انا قد قلنا فيما تقدّم ان العلوم المتعارفة ينبغي ان تكون مقبولة بذاتها عند الناس كلهم ويُصدّقون بها بانفسها اعني بغير توسّط ∴ قال اوقليدس المساوية لشي واحد فبعضها مساوٍ لبعض[5] ∴ قال سنبليقيوس ان هذا القول اذا قيل في المتساوية فهو حقٌّ قريبٌ من الفَهم واما اذا قيل على [ال]طريق الاعمّ لم يكن بحق فان الاشياء التي هي اطول مِن شي واحد ليس يجب اضطرارًا ان يكون

---

[1] In margine legitur: اصلاح الشيخ ..... الخط بالسواد و ...... بالحمرة Verba iniuria temporum ualde mutilata figuram spectant, in qua lineae hic punctis significatae atramento nigro, reliquae atramento rubro delineatae sunt.

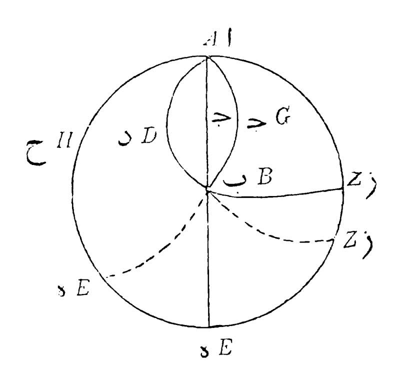
[2] Atramento rubro ح in ز correctum.

[3] Atramento rubro in ادبه(?) correctum.

[4] In margine: علمٌ جامع Sequitur nota Al-Kindii, quae iniuria temporum paene interiit.

[5] In margine: اذا كانت مقادير كل وا[حد منها] مساوٍ لمقدار واحد فهي ايضا [متساوية]

BA circulum describamus *AEZH*. Quoniam punctum *B* centrum est circuli *AEZH*, adparet, utramque lineam rectam *AGBE*, *ADBZ* diametrum circuli esse, ita ut arcus *AZ* fiat aequalis arcui *AZE*, maior minori*). quod absurdum est neque fieri potest. Ergo duae rectae spatium comprehendere non possunt. Sin quis dicat, arcum arcui aequalem non esse, sed spatium segmenti *ADBZ* spatio segmenti *AGBEZ* aequale esse, plane necesse est, angulum *ZAD* angulo *ZAG* aequalem esse; quod fieri non potest. Et hoc necesse est, quia iam habemus, semicirculos inter se congruere. Si autem segmentum *ADBZ* segmento *AGBEH* aequale est, et centrum in puncto *B* est, utrumque segmentum semicirculus est, et segmentum *ZBE* extra circulum cadit.



Euclides dixit: Sententiae acceptae et communes animi conceptiones.

Simplicius dixit: Jam antea diximus, communes animi conceptiones ex sua natura apud omnes constare debere et omnes eas statim per se, nullo intermedio adsumpto, comprobare.

Euclides dixit: Quae magnitudini eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia.

Simplicius dixit: Hoc si de rebus inter se aequalibus dicatur, uerum esse facile est intellectu. At si sensu ampliore dicitur, uerum non est. Neque enim necesse est, ea, quae eodem longiora sunt, etiam inter se longiora esse, neque qui unius hominis fratres sunt, eosdem inter se quoque fratres esse, si quidem ille frater communis aliis eorum sit frater ex patre, aliis ex matre. Itaque ratio simplex esse debet, ex eadem parte

*) Immo minor maiori.

بعضها اطولَ مِن بعض[1] ولا الذين هم اخوة انسان واحد فبعضهم
اخوة لبعض اذا كان ذلك الاخ الواحدُ اخًا لبعضهم من الاب
واخا لبعضهم مِن الأمّ ولذلك ينبغي ان تكون الاضافة في ذلك
بسيطةً ماخوذةً مِن جهة واحدة بعينها لا على جهات مختلفات
كما مثّلنا ذلك في الاخوة ولا طريق مِن طريق الاكثر والاقل كما
مثلنا ذلك في الذين هم اطول مِن شي واحد ع قال اوقليدس وان
زيد على المتساوية متساوية كانت مجموعاتها متساويةً وان نقص
مِن المتساوية متساوية كانت الباقية متساويةً واذا زيد على غير
المتساوية متساوية كانت مجموعاتُها غيرَ متساويةٍ ع واذا[2] نُقِصَ 4 u.
مِن غير المتساوية متساوية كانت الباقية غير متساوية والتى
هي اضعافٌ لواحد بعينه فبعضها مساوٍ لبعض والتى كل واحد
منها نصفٌ لواحدٍ[3] بعينه فبعضُها مساوٍ لبعض[4] والتى يطابق
بعضها بعضًا فبعضها مساو لبعض[5] والكل اعظم من الجزء
وخطان مستقيمان لا يحيطان بسطحٍ قال سنبليقيوس قوله اِن
زيدَ على المتساوية متساوية صارت كلّها متساوية هذا المعنى

---

[1]) In margine legitur: قال الكندي مرا[ده] انه اذا كان شي
واحد .... كل واحد منها مساو .... فان تلك
الاشياء جميعا ....

[2]) In margine legitur: [اذا] كانت مقادير كل واحد [منـ]ـها
مثلان لمقدار واحد [فـ]ـهي متساوية

[3]) Atramento rubro supra scriptum: لمقدار

[4]) Atramento rubro supra scriptum: فهي ايضا متساوية

sumpta nec e diuersis, ita ut fratrum exemplo ostendimus, neque omnino huic rationi locus est in maioribus minoribusque, ita ut exemplo eorum ostendimus, quaè eodem longiora sunt.

Euclides dixit: Et si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales adduntur, summae earum inter se aequales sunt. et si a magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales auferuntur, reliqua inter se aequalia sunt, et si magnitudinibus, quae inter se non sunt aequales, magnitudines inter se aequales adduntur, summae earum inter se aequales non sunt, et si a magnitudinibus inter se inaequalibus magnitudines inter se aequales auferuntur, reliqua inter se inaequalia sunt. Quae eadem magnitudine duplo majora sunt, inter se aequalia sunt, et quae eiusdem magnitudinis dimidia sunt, inter se aequalia sunt. Quae inter se congruunt, inter se sunt aequalia. Et totum parte maius est. Et duaè rectae spatium non comprehendunt.

Simplicius dixit: Uerba eius, quae sunt: »si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales adduntur, summae inter se aequales sunt«, plane manifesta reddit demonstratio per numeros, quamquam per se quoque sine numeris sententia accepta est.

Tres modo sententiae acceptae in codicibus antiquis exstant*), sed in codicibus recentioribus numerus auctus est. Et illae (tres) manifestae sunt neque enarratione egent. Sed eae quoque, quae sequuntur, manifestae et perspicuae sunt, et id spectant, ne sit in geometria, quod elementis, quae non per se constent, demonstretur.

Pappus**) quoque illas auxit dicens, ad sententias acceptas

°) Atramento rubro supra scriptum: وما رُكِبَ بعضها على بعض فانطبق عليه ولم يفضل واحد صاحبَهُ فهو مساو له: Quae alterum alteri adplicantur, ita ut congruant, et alterum altero maius non sint, inter se aequalia sunt.

*) Proclus p. 196, 15 (ex Herone).

**) Proclus p. 197, 6 sq.

يتبين بالاعداد بيانًا واضحًا وان كان فى نفسه بغير اعداد بيانًا مقبولاً والقضايا المقبولة تُوجَدْ فى النسخ القديمة ثلثا فقط واما فى النسخ الحديثة فانّه قد زيد فيها هذه وهى بيّنةٌ لا يحتاج الى شرح وكذلك التى بعدها بيّنة ظاهِرَة وهذه اوضاع ليلاّ يكون فى الهندسة شى مُبرهن باوائل غير مقرّ بها فامّا بنبُس فانه قد زاد هذا المعنى ايضًا على انه مِن القضايا المقبولة وهو انّ المتساوية اذا زيد عليها مختلفة كان تفاضل المجتمع مِن ذلك مساويًا لتفاضُل المختلف بالمزيد وذلك يتبيّن بهذا العمل نفرض مقدارين متساويين وهما اب جد ولنزد عليهما مقدارين مختلفين وهما ها زج وليكن ها اعظمهما فاقول ان زيادة هب على زد مساوية لزيادة اه على زج برهان ذلك انّا نفصل مِن اه مقدارًا مساويًا لمقدار زج وهو اح فمن اجل ان زيادة هب على بح هى حه و بح مثل دز و اح مثل جز صارت زيادة به على بح هى زيادة ها على جزع وايضا اِن زيدَ على المختلفة متساويةٌ كان تفاضُلها بعد الزيادة مساويًا لتفاضُلها قبل الزيادة ومثال ذلك انا اِن زدنا على مقدارى ها جز المختلفين مقدارى اب جد المتساويين كان تفاضل هب زد مساويًا لتفاضل ها زج وذلك قد بيّناه تُحبيل ∴ وزاد ايضا بَنبُس اشياء أُخر ∴ وهى هذه ان البسيط يقاطِع البسيط على خطٍ فان كان البسيطان المتقاطِعَان مسطّحين كان تقاطعُهما على خط مستقيم والخط يُقاطِعُ الخط على نقطة ∴ فانا قد نحتاج الى هذا المعنى فى الشكل الاول والخط المستقيم والبسيط المسطّح قد يُمكن مِن اجل استواهما[1]

hanc pertinere: si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se inaequales adduntur, differentia summarum aequalis est differentiae magnitudinum inaequalium, quae additae sunt. Quod hac ratione demonstratur. Duas magnitudines inter se aequales supponimus AB, GD. Iis addamus duas magnitudines inaequales EA, ZG. Sit EA major earum. Dico, EB tanto maiorem esse quam ZD, quanto AE maior sit quam ZG. Demonstratio est haec: Ab AE magnitudinem AH magnitudini ZG aequalem resecamus. Quum EB magnitudinem BH excedat magnitudine HE, et $BH = DZ$ et $AH = GZ$, BE magnitudinem BH*) excedit eodem, quo EA magnitudinem GZ excedit. Eodem modo, si magnitudinibus inter se inaequalibus magnitudines aequales adduntur, differentia post additionem eadem est, quae ante additionem. Exemplificatio: Si duabus magnitudines inter se inaequalibus EA, GZ magnitudines inter se aequales adduntur AB, GD, differentia inter EB et ZD aequalis est differentiae inter EA et ZG. Et hoc iam paullo ante demonstratum.

G ج

د D　　ز Z　ب B　　ا A　ح H　ه E

Pappus alia quoque addidit**), quae sunt: superficies superficiem secundum lineam secat; si duae superficies inter se secantes planae sunt, inter se secundum lineam rectam secant; linea lineam in puncto secat***). Haec notio nobis in propositione prima opus est. Quod ad lineam rectam et superficiem planam adtinet, propter aequabilitatem earum fieri potest, ut in infinitum semper producantur†). Haec quoque singulis praemittenda sunt:

[1]) In margine legitur: ان الاشياء المتساوية .... والسطوح والزوايا ...... اذا اطبق بعضها على [بعض] لم يفضل بعضها بعضا ع

*) Immo DZ.

**) Cfr. Proclus p. 198, 5 προστίθησιν (sc. Pappus).

***) Cfr. Proclus p. 198, 9—10.

†) Cfr. Proclus p. 198, 6 sq.

ان يخرجا اِخراجًا دائمًا ابدًا ∴ وقد ينبغى ايضا ان تقدّم مِن قبل الطرق الجُزءية هذه الاشيآء فنقول انّ غرض الهندسة كما تقدّم مِن قولنا الابانَةُ عن المقادير والاشكال والوضع ونسب هذه بعضها عند بعض وقصدُها فى كل واحد امّا علمىّ وامّا عَمَلِىّ وما كان قصدُها فيه افادة علم سمّى علمًا وما كان قصدُها فيه افادةُ عمل سمّى عَمَلًا فالعلمىُّ هو ما كانت غايته ان تعرف شيًا مَا مثل الشكل الرابع مِن المقالة الاولى وما كان شبيهًا به وهذه الاشكال هى التى مِن عادتهم ان يقولوا فى اواخرها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا العملىُّ فهو ما كانت غايته فيما يظهر ان تعمل شيًا ما وهذه هى الاشكال التى مِن عادتهم ان يقولوا فى اواخرها وذلك ما اردنا ان نعمل ∴ ولعلّهُ ان يُقال لنا فكيف تقول ان الهندسة انما قصدُها كُلُّهُ ان تُفيدَنا علوُمًا اذ كانت قد تُوجِدُ علوُمًا واعمالاً مَعًا فنقول فى ذلك ان غاية هذه الاعمال ايضا ان تُفيدنا معرفةً فنقول فان عمل مثلثٍ متساوى الاضلاع مُطلقًا هو افادة معرفةٍ لا افادة صنعة باليد فانّا قد نجدُ العالم بهذا العمل لا يقدر ان يعملهُ فى عنصرٍ ولا يضع هذه الصورة فيه لكن يكون عندَهُ ان يصِف طريقَ العمل وحيلتَهُ فقط لا غير ذلك فان كان ذلك قد يَصيرُ مَبداءً واوّلاً لِصناعاتٍ اُخر تُعالِجُ باليد فليس بمُنكَرٍ فان الهندسة قد تكون لِصناعاتٍ كثيرةٍ مبداءً واوّلاً وايضًا فان الاعمال التى فى صناعةِ الهندسةِ تقومُ عِندَ العلومِ مقامَ المُقدّمات التى تُوطّا لها ويُشبِهُ ان تكون انما تتقدّم فيستعمل بسببها وبعضُ الناس قد صيّر فى الاشكال فصلًا ثالثًا

5 r.

Dicimus, geometriae propositum esse, sicut antea dictum est, ut magnitudines figurasque et earum positiones rationesque inter se exponat. Et in singulis ei propositum est aut ut aliquid cognoscatur aut ut construatur. Id igitur, cui propositum est, ut cognitionem efficiat, theorema uocatur, id uero, cui propositum est, ut constructionem efficiat, problema*). Theorema est, cuius finis est, ut aliquid cognoscatur, uelut propositio quarta libri primi et ei similes. Quibus propositionibus in fine addi solet: quod erat demonstrandum. Problema uero est, cui propositum est, ut demonstremus, aliquid construi posse. Quibus propositionibus in fine addi solet: quod erat faciendum**).

Sed si dixerit fortasse aliquis: »Quomodo contendis geometriae hoc solum esse propositum, ut scientia nobis paretur, cum scientiam et usum conjuncta praebeat«, respondebimus: »quia constructionibus quoque illis finis est, ut cognitionem promoueant; uelut constructio trianguli aequilateri sine dubio scientiam parat, non manuum usum. Uidemus enim eum, qui huius constructionis sit peritus, tamen eam in rerum natura exsequi non posse nec figuram illam ibi ponere; uias ac rationes constructionis describere potest, et nihil aliud, etiamsi ex ea alia opera manu effecta initium et originem capiunt; satis enim constat, geometriam interdum multorum operum initium et originem esse. Et constructiones in geometria, quod ad scientiam adtinet, locum propositionum auxiliarium***) obtinent iisque in eo similes sunt, quod praemittuntur, ita ut in ceteris usurpari possint.

Sunt qui tertium quoddam genus propositionum statuant, quod porismata uocant†), ubi propositum non est, ut aliquid cognoscatur uel construatur, sed ut inuestigemus quod iam exstat, sicut nobis propositum est in propositione prima libri tertii;

---

*) Proclus p. 201.
**) Proclus p. 210.
***) Fortasse postulata communesque animi conceptiones significare uoluit.
†) Proclus p. 301, 25 sq.

سمّاهُ الوجدان وهو اذا لم نجعلْ قصدَنا ان نعلم ولا ان نعمل بل ان نقِف على ما هو مَوجودٌ مثل قصدنا فى الشكل الاول مِن المقالة الثالثة فان قصدَنا فيه ان نجدَ مركزَ دائرةٍ مفروضةٍ فالفصلُ بين الوجدان وبين العمل ان الوجدان انما غايتُه الوقوفُ على الشى الذى هو مَوجودٌ ليس ان نستخرج شيًا ليس هو موجودًا وامّا الفصل بينه وبين العِلم فهو ان المعنى الذى نُفيدهُ بالعلم لا نعلم انه موجودٌ او ليس هو موجودًا قبل ان يبرهن مثل ان زوايا المثلث مساويات لزاويتين قائمتين وامّا فى الوجدان فانا نعلم ان للدائرة مركزاً ولكنّا نطلب ان نجدَ موضِعَهُ الّا ان يقول قائل ان الشى الذى يلتمس وجوده ايضًا لا يُعلم هل وجودُه ممكن ام غير ممكن مثل ملتمس لو التمس ان نجد ترسيمَ دائرةٍ مفروضةٍ ∴ وقد سمّى الاشكال كلها علومًا واعمالاً باسمٍ مُشتركٍ وكل واحد مِن هذه اعنى العِلم والعمل والوجدان اِن كان شيًا آخر غيرهما ينقسم بستّة اقسام وهى مُقَدَّمَةٌ ومثالٌ وتَفصِيلٌ وعملٌ وبرهانٌ ونتيجةٌ امّا المقدمة فى هذا الموضع فهى الشى الذى يسمّيه المنطقيون الموضوع لِاِن يُبيّنَ وهى والنتيجةُ فى المعنى شىٌ واحدٌ بعينه مثل ان نقول انّ كل مثلث فان زواياهُ الثلث معادلات لزاويتين قائمتين فهذا هو المقدّمةُ وهو ايضًا النتيجة لانّا متى بَرْهَنّا انّ زوايا المثلث الثلث معادلاتٌ لزاويتين قائمتين نكون قد حققنا هذا الخبر فيصيرُ نتيجةً وهو ان نقول انه قد نبيّن ان زوايا كل مثلث معادلاتٌ لزاويتين قائمتين وليس هذه المقدّمة جُزءٌ مِن القياس الموتلف وحدُّها انّها قولٌ يُقدّم لنا المعنى الذى

ibi enim nobis propositum est centrum dati circuli inuestigare*). Porisma igitur a problemate eo differt, quod porismatis finis est, ut cognoscatur quod iam exstat, non, ut rem, quae non exstat, comparemus, a theoremate uero eo, quod argumentum theorematis nescimus, utrum uerum sit necne, donec demonstratum est, uelut angulos trianguli duobus rectis aequales esse, in porismatis autem scimus circulum centrum habere, sed locum eius quaerimus. Nisi si quis dixerit, ne id quidem, quod quaeratur, nos scire, utrum inueniri possit necne, sicut fit, ubi ambitum dati circuli inuenire iubemur.

Interdum autem omnes propositiones nomine communi aut theoremata aut problemata uocantur**). Horum utrumque, theorema dico et problema, et porisma, si quis hoc tertium genus ab illis duobus diuersum statuat, in sex partes diuiditur, propositionem, expositionem, determinationem, constructionem, demonstrationem, conclusionem***).

P r o p o s i t i o est, ut logici dicunt, quod explicandum proponitur, et inter eam conclusionemque per se nihil interest, uelut ubi dicimus, tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse, haec propositio est et eadem conclusio; nam cum demonstrauimus, tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse, hanc enuntiationem confirmauimus, et fit conclusio, quum dicimus: ergo demonstratum est, angulos cuiusuis trianguli duobus rectis aequales esse. Propositio autem illa pars disputationis continuae non est, sed eam definimus enuntiationem esse id exponentem, quod cognoscere aut construere aut inuenire uelimus. Cui inest et quod datur et quod a nobis postulatur†), uelut in propositione prima data est recta et a nobis postulatur, ut in ea triangulum aequilaterum construamus. Et in propositione nominari oportet et quod datum est et quod quaeritur.

*) Idem exemplum habet Proclus p. 302, 5.

**) U. uestigia controuersiae de natura propositionum geometricarum inter Speusippum Amphinomumque et Menaechmum quae seruauit Proclus p. 77 sq.

***) Proclus p. 203, 1 sq. Cfr. supra p. 7 sq.

†) Proclus p. 203, 5 sq.

نُريدُ ان نعلَمَهُ او نعملَهُ او نجدَهُ فإن كان في ذلك المعنى شيءٌ نُعطاه وشيءٌ يُطلَبُ منّا كالحال في الشكلِ الاوّلِ فانا اعطينا فيه خطًّا مستقيمًا وطُلِبَ منّا ان نعمل عليه مثلثا متساوى الاضلاع فانه يحتاج ان يذكرُ في المقدّمة المُعطى والمطلوبُ جميعًا واما المثال فهو الذى يوقع المُعطَى في المقدّمة تحت البصر واما التفصيل فهو الذى يفصل المطلوبَ في المقدّمة الموضوع في المثال مِن جنسه المشترك ويطلبُ ان يعمل ويبرهن واما العمل فهو الذى يرسِم الاشيا التى تحتاج اليها في البرهان بخطوط ويعمل الاشياء التى اُمِرنا ان نعملها وذلك مثل ما في الشكل الاول مِن اخراج اضلاع المثلث المتساوى الاضلاع ورسم الدوائر التى تكون بها صنعةُ المثلث والبره[ان ع]ليه فهذه الاشياء المُقدّمة التى قدّمت لِتُنتج لنا المطلوبَ واما البرهان فهو الذى يجمَعُ المطلو[ب والا]شياءَ قد تقدّم الاِقرارُ بها فربّما كان مِن معانى اوليّة في العقل واقدمُ بالطبع وعند ذلك سمى بر[هان] ..... مثل برهان الشكل الاول فان 5 u.

الدوائر المتساوية الخطوط التى تخرج مِن مراكزها الى محيطاتها متساوية وبهذا القول يتبيّن المطلوب فيه والدائرة اقدم مِن المثلث ورُبّما كان البرهان مِن استدلالٍ مثل ان نبين ان زوايا المثلث الثلث مساوية لزاويتين قائمتين اذ كان هذا المعنى انما يتبيّن مِن ان كل مربع ينقسم الى مثلثين فانّ المربع هو بعد المثلث بالطبع واما النتيجة فهو الذى يُفيدُ المقدمة مثل ان تقول فقد نبيّن ان كل مثلث فان زواياه الثلث معادلات لزاويتين قائمتين فنذكرها بثقةٍ اذ قد تبرهنت ولذلك لا نزيد فيها شيًا

Expositio est, quae oculis subiicit, quae in propositione data sunt.

Determinatio est, quae id, quod in propositione quaeritur et in expositione proponitur construendum uel demonstrandum, ab aliis similibus segregat*).

Constructio indicat, quo modo, quae in demonstratione opus sunt, per lineas describamus, et construamus, quae iubemur construere, uelut in propositione prima ductis lateribus trianguli aquilateri et circulis descriptis, quibus triangulus efficitur et demonstratio perficitur. Quae omnia praemittuntur, ut uiam aperiant ad id quod quaeritur.

Demonstratio id quod quaeritur cum aliis connectit, quae iam constant. Interdum iis nititur, quae statim ab animo accipiuntur et sua natura antecedunt**); quare demonstratio [perfecta?]***) uocatur, uelut demonstratio propositionis primae†) eo nititur, quod radii circulorum inter se aequalium inter se aequales sunt; circulus enim triangulo antecedit††). Interdum uero demonstratio argumentatione nititur, uelut ubi demonstrare uolumus tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse†††); hoc enim eo demonstratur§), quod omnia quadrilatera in binos triangulos diuidi possunt, et quadrilatera sua natura triangulos sequuntur§§).

---

*) *χωρίς* Proclus p. 203, 9.

**) Uelut definitiones (et communes animi conceptiones), u. Proclus p. 206, 12.

***) Cfr. Proclus p. 206, 14 *αὕτη γὰρ ἀποδείξεως τελειότης*.

†) Cfr. Proclus p. 206, 26.

††) Clarius Proclus p. 207, 1: *τὴν γὰρ ὁμοιότητα καὶ ἰσότητα τῶν κύκλων τῆς τοῦ τριγώνου κατὰ τὰς πλευρὰς ἰσότητος αἰτιασόμεθα.* Si sequentia comparauerimus, hoc significasse uidetur Arabs, circuli definitionem (I, 15) definitioni trianguli (I, 19) antecedere. Proclum igitur non intellexit.

†††) Idem exemplum habet Proclus p. 206, 19, sed prorsus alio modo explicatum.

§) Non ab Euclide (I, 32).

§§) H. e. postea definiuntur (I, 19).

بتّة اكثر مِن فاذًا ∴ والاشكالُ الكاملةُ يتمّ بهذه الستّة معانى ومنها ما يتمّ بخمسة فقط مثل الشكل الرابع مِن المقالة الاولى اذ كان ليس يحتاج فيه الى عمل ومنها ما يتمّ باربعة فقط اذا لم يكن فى الشكل شى يُفرض فانّه عند ذلك يسقط المثال والتفصيل كما ذلك موجود فى الشكل السابع مِن المقالة الاولى والبرهان والنتيجة فلا بُدّ منهما فى جميع الاشكال[1] وقد ينبغى ان نبيّن ايضًا هذه الاشياء ما الماخوذةُ وما الفائدةُ [وما] اختِلافُ الوقُوع وما الاعتادُ وما صَرفُ المعنى الى ما لا يمكن فاقول ان الماخوذة هى الشى الذى وان كان فى نفسه علمًا وشكلًا فانّهُ انما يُوخذ لان يُبيّن به شئٍ آخر مثل ما اخذنا فى الشكل الثانى ضِلعَى المثلثين فيظهَرُ به ذلك الشى ظهَورًا سهلًا ولذلك ينبغى اَن يُقدّم

---

[1]) In margine legitur: زيادة قال ايرن الاوائل المقدّمة مِن الهندسة فى صدر كتاب اوقليدس على اربعة اوجه اوائل وحيّة(?) ومتوسط وكيفية فمنها اوائل فلسفة .... واوئل متعارفة كقوله المساوية لشى واحد متساوية والكل اعظم من الجزء ومتوسط بين هذين اعنى انه ليس فى غموض الماخوذة من الفلسفة ولا فى ظهور المتعارفة بلى .... يتبين بعد بحث يسير والرابع مقدّمة اسما لمعان قائمة فى النفس كقوله حد الشى طرفه يريد انه يسمى طرف الشى حدًا فمعنى الطرف قائم فى النفس وسمّاه حدًا واشياء ذلك

Additamentum. Hero dixit: Elementa, quae in libro Euclidis geometriae praemittuntur, quattuor generum sunt: primae notiones (?) [communia], intermedia, definientia. Inter ea sunt: elementa philosophica ....; communium animi conceptionum, uelut ubi dicimus: quae eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt

Conclusio est, quae propositionem confirmat*), uelut ubi dicimus: demonstratum est, omnium triangulorum tres angulos duobus rectis aequales esse, et hoc iam ut demonstratum adfirmare licet. Nec in ea quidquam frequentius additur quam »ergo«.

His igitur sex partibus propositiones integrae perficiuntur, sunt uero, quae quinque partibus solis perficiantur, uelut I, 4: ibi enim constructione opus non est**); aliae autem quattuor solis perficiuntur, ubi in propositione nihil datur, ita ut expositio et determinatio omittantur***), sicut fit in I, 7. Demonstratio uero et conclusio in omnibus propositionibus opus sunt†).

Jam decet nos haec quoque††) explicare: quid sit adsumptum, quid fructus, quid casus, quid disceptatio, quid reductio propositi ad id, quod fieri non potest.

Dico igitur, adsumptum esse, quod, quamquam per se theorema sit et propositio, tamen ideo tantum adsumatur, ut alia aliqua res demonstretur, uelut quod in prop. II†††) adsumpsimus duo latera trianguli, ita ut propositum perspicuum et facile fiat. Quare aut praemittendum est aut, si statim per se constat, ponendum et post propositionem demonstrandum.

Fructus est, quod una cum demonstratione alius rei de-

---

et totum parte maius est; intermedia, quae illorum duorum medium tenent, quae scilicet nec primo adspectu difficilia sint ad intellegendum, sicut quae e philosophia petita sunt, nec per se constent, sicut communes animi conceptiones, sed per breuem explicationem ostendantur; quartum genus praemissorum est definitio per notionem, quae per se constat, uelut [def. 13] terminus est, quod alicuius rei extremum est, h. e. quod alicuius rei extremum est, terminus uocatur, et notio extremi per se constat, et per eam uocabulum termini definimus, et quae eius generis sunt.

*) βεβαιοῦν Proclus p. 203, 14.

**) Cfr. Proclus p. 204, 3 sq.

***) Proclus p. 204, 23 sq., sed aliis utitur exemplis.

†) Cfr. Proclus p. 203, 17.

††) Proclus p. 210, 25 sq., ubi ordo hic est: λῆμμα (adsumptum), πτῶσις (casus), πόρισμα (fructus), ἔνστασις (disceptatio), ἀπαγωγή (reductio).

†††) In I, 2 nullum adhibetur lemma.

قبل ذلك الشى او يُوضع تابعًا لَهُ بعد ان سلم فى البرهان فى العاجل وامّا الفائدَة فهى التى تتبين مع برهان مَا قُصِدَ لِاقامَةِ البرهان عليه فيفاد بذلك البرهان وامّا اختلاف الوُقُوعِ فهو وضع صَوَرِ المعنى على وجوهٍ كثيرَةٍ يختِلفُ لها البرهان وامّا الاعتادُ فهو القول المقاوِمُ للبرهان المانِع لخروجهِ الى غايته ∴ وامّا صرفُ المعنى الى ما لا يُمكن فهو ان نضع نقيض المعنى ونبيّن انّهُ يعرض مِن ذلك شى اخر غير ممكن مثل اخذنا فى الشكل السادس ان احد الضلعين اعظم ان امكن فيتبيّن بذلك بُطلان بفرض المعنى وصحّة المعنى الموضوع نفسه تمّت المعانى التى قدّمها سنبليقيوس فى تفسير مصادرة اوقليدس للمقالة الاولى مِن كتاب الاصول وتتلوه المقالة الاولى مِن كتاب الاصول ع



monstretur nec ipsum demonstrandum proponatur, ita ut demonstratio eius lucri loco sit.

Casus sunt diuersae propositi conformationes, quarum demonstratio discrepat.

Disceptatio est enuntiatio demonstrationi opposita, quae deductionem eius moretur.

Reductio propositi ad id, quod fieri non potest*), hoc est, ubi posita propositione contraria demonstramus, inde sequi, quod fieri non possit, uelut ubi in prop. VI supponimus, alterutrum latus, si fieri possit, maius esse, et huius suppositionis uanitatem ostendimus, ita ut per se sequatur, ipsum propositum uerum esse.

Hic desinunt, quae Simplicius praemisit ad explicanda postulata Euclidis libri primi Elementorum; sequitur primus liber Elementorum.

---

*) Arabs igitur iniuria uocabulum q. e. ἀπαγωγή eo sensu adcepit, quo uulgo usurpatur apud mathematicos (reductio in absurdum quae uocatur). Quid hoc loco reductionem demonstrationis intellegat, satis perspicue exponit Proclus p. 212, 24 sq.



المقالة الاولى من كتاب اوقليدس ∴

الشكل الاوّل خمسةُ اشكالٍ شكلٌ لاوقليدس[1] واربعة اشكالٍ لايرُن قال اوقليدس نُريد ان نبيّن كيف نعملُ على خطّ مستقيمٍ مَفروضٍ معلومٍ مثلثًا متساوى الاضلاع فليكن الخط المفروض اب ونبيّن كيف نعمل عليه مثلثًا متساوىَ الاضلاع(ع) فلنجعل نُقطة ا مركزًا ونخط ببُعد اب دائرة بجد ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد با دائرة اجد ونخرج من نقطةِ ج وهى على تقاطُع الدائرتين خطى اج وجب وليكونا مستقيمين فلانّ نُقطة ا مركز لدائرة بجد وقد خرج منها خطان مستقيمان الى مُحيطها وهُما اج اب فهما اذا مُتساويان وايضا فلان نقطة ب مركز لِدائرةِ اجد وقد خرج منها خطان مستقيمان الى محيطِها وهما خطا با بج فهما اذًا متساويان فخط بج مُساوٍ لخط با وكل واحدٍ من خطى اج وجب مُساوٍ لخط اب والمُساوية لشى واحدٍ متساوية فخط اج مساوٍ لخط بج فالخطوطُ الثلثة اذًا متساوية اج بج اب فمثلث ابج متساوى

6 r.

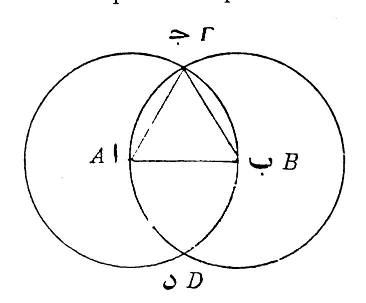
[1] In margine nota breuis Heronis, quam alii legant.

Liber primus libri Euclidis.

Propositio prima quinque amplectitur propositiones, propositionem Euclidis et quattuor propositiones Heronis.

Euclides dixit: Demonstrandum proponimus, quo modo in data linea recta nota triangulum aequilaterum construamus.

Sit linea data AB. Demonstrabimus, quo modo in ea triangulum aequilaterum construamus. Punctum A centrum ponamus. Radio AB circulum BGD describimus, et rursus puncto B centro sumpto radio BA circulum AGD, et a puncto G, in quo circuli inter se secant, duas lineas AG et GB ducimus, quae sunt rectae. Quoniam punctum A est centrum circuli BGD, et ab eo ad ambitum eius ductae sunt duae lineae rectae AG, AB, eae igitur inter se aequales sunt. Rursus quoniam punctum B centrum est circuli AGD, et ab eo ad ambitum eius ductae sunt duae lineae rectae BA, BG, eae quoque inter se aequales sunt. Sed linea BG (scr. AG) $= BA$; itaque utraque linea AG, $GB = AB$. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque linea $AG = BG$. Ergo tres lineae AG, BG, AB inter se aequales sunt, et triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est et in data recta AB constructus. Quod nobis demonstrandum erat.

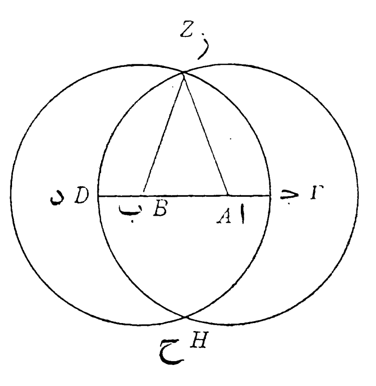


الاضلاع وقد عمل على خط اب المفروض وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
قال ايرُن ان قيل لنا لم قصد اوقليدس لان نبيّن كيف نعمل
على خط مثلث متساوى الاضلاع وقد كان يكتفى فى اعمالِه
بالمثلثِ المتساوى الساقين دونه قُلنا ان ذلك ليس هو بعجز عن
عمل المثلث المُتساوى الساقين لكن لانّ عمل المثلث المتساوى
الاضلاع اسهل على المُبتدى بالتعلم واوجَزُ واذا حَصَل هذا حصل
ذاك وليس يحصل هذا اذا حصل ذاك وقد نبّهنا عَملَ مثلّثٍ
متساوى الساقين على خط مستقيم معلومٍ ابتداءً بهذا الوجه
[و]ليكن الخط اب ونجعل ا مركزًا ونخطّ ببعد اب قوس ج ثم
نجعل ب مركزًا ونخطّ ببُعد با قوس د ونخرج خط اب على
الاستقامة فى الجهتين الى قوسى جد فاج مثل اب واب مثل بد
فاج مثل بد ونجعل اب مشتركا فجب اذا مثل اد ثم نجعل ا
مركزًا ونُدير ببعد اد دائرة دزح ثم نجعل ب مركزًا ونخط ببعد
بج دائرة جزح ونخرج مِن نقطة ز التى هى تقاطُع الدائرتين
خطى زا زب فلان نقطة ا مركز دائرة زدح وقد خرج منها خطان
مستقيمان الى مُحيطها فهما اذًا مُتساويان فخط از مساوٍ لخط اد
وايضا فلان نُقطة ب مركز لدائرة جزح وقد خرج منها الى
المحيط خطا بز وبج فهما اذًا مُتساويان فخط از مُساو لخط بز
وذلك ما اردنا ان نُبيّن ع ثم وصف ايضا على طريق التوسّع فى
العِلم كيف نعمل على خطّ مستقيم معلومٍ مُثلث مُختلف الاضلاع

*) Cfr. Proclus p. 218, 12 sq.
**) Cfr. Proclus p. 219, 4 sq.

Hero dixit: Si quis dixerit: Cur Euclides nos demonstrare uult, quo modo in linea triangulum aequilaterum construamus, quum satis ei fuisset, si triangulum modo aequicrurium construxisset, dicemus eum hoc non ideo fecisse, quod triangulum aequicrurium construere non posset, sed quod constructio trianguli aequilateri facilior esset tironi et promptior. Si hoc constat, constat etiam illud, sed non quia illud constat, hoc quoque constat, et hoc praemisso iam simul indicauimus, quo modo aequicrurius triangulus in recta data construatur.

Sit*) linea AB. Centro A et radio AB arcum G describimus; et centro B radio autem BA arcum D. Lineam AB in directum ad utramque partem usque ad arcus G, D producimus. Quare $AG = AB$, et $AB = BD$, inde sequitur, esse $AG = BD$. Recta AB utrique lineae addita, erit etiam $GB = AD$. Iam centro A et radio AD circulum DZH describimus, et centro B radio autem BG circulum GZH, et a puncto Z, in quo circuli inter se secant, duas lineas ZA et ZB ducimus. Quoniam igitur punctum A centrum est circuli ZDH, et ab eo ad ambitum ductae duae lineae rectae inter se aequales sunt, linea AZ lineae AD aequalis. Rursus quoniam punctum B centrum est circuli GZH, et ab eo ad ambitum ductae sunt duae lineae BZ et BG, hae quoque inter se aequales sunt. Itaque $AZ = BZ$. Q. n. e. d.



Deinde ultra progrediens hoc quoque monstrauit, quo modo in recta cognita triangulum scalenum**) construeremus, et id quidem tribus rationibus uariis.

Quarum prima rectam datam altero reliquorum laterum breuiorem, altero longiorem supponit.

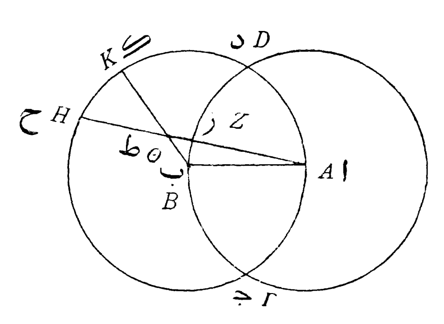
Lineam ponamus AB; et centro A radioque AB circulum

على ثلثة انحاءٍ النحو الاول منها على ان يكون الخط المفروض اقصر مِن احد الضلعين الباقيين واطول مِن الاخر فلنجعل الخط خط اب ونجعل ا مركزًا ونُدير ببُعد اب دائرة بجد وايضا نجعل نقطةَ ب مركزًا ونخط ببُعد با دائرة اجح ونخرج خط ازح كيف وقع وكذلك خط بطك فمن البيّن انّ خط اط اطولُ مِن خط اب وخط اب اطول مِن خط بط وذلك ما اردنا ان نبيّن ع والنحو الثاني على ان يكون الخط المفروض اقصرَ مِن كل واحدٍ مِن الخطّين الباقيين فليكن الخط اب وليُخرج على استقامة فى الجهتين حتى يكون بد مثل اب وكذلك اج مثل اب على ما عملنا فى المتساوى الساقين ونجعل نقطة ا مركزًا ونخط ببعد اد دائرة دهح ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد بج دائرة جهطح ونُخرج طا وبط فخط طا اطولُ مِن خط اد اعنى مِن خط بج فهو اذاً اطول من خط با كثيرًا وخط طب مثلُ بج فخط طا اطول ايضًا مِن خط طب ومِن البيّن ان خط طب اطولُ مِن خط با اذ كان مُساويا لخط بد ∴ والنحو الثالث ان يكون الخط المفروض اطول مِن كل واحدٍ مِن الخطين فليكن الخط المفروض خط اب ونجعل نقطة أ مركزًا ونخط ببعد اب دائرةَ دجبه ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد با دائرة اده ونخرج خطى اج بح يتقاطعان على نقطة ز فمِن البيّن ان خط اب اطول مِن كل واحدٍ مِن خطى از بز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

6 u.

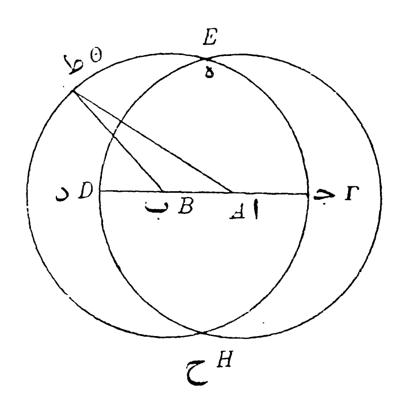
*) Supra p. 45.

**) Arabi relinquendae ambages suae; satis esset dicere $\Theta A > AD > AB$.

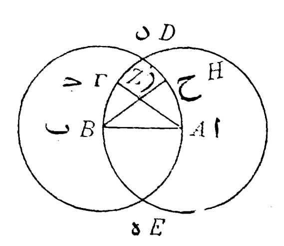


BGD describimus. Eodem modo puncto *B* centro et *BA* radio circulum *AGH* describimus. Lineam *AZH* ducimus quo modo libet, et eodem modo lineam *BΘK*. Manifestum est, lineam *AΘ* longiorem linea *AB* esse, lineam *AB* autem longiorem linea *BΘ*. Q. n. e. d.

Ratio secunda lineam datam utraque linea reliqua breuiorem supponit. Sit linea *AB*, quae in directum in utramque partem ita producatur, ut *BD* sit aequalis *AB*, itemque *AG* = *AB* eadem ratione, qua in lateribus aequalibus*) usi sumus. Puncto *A* centro et radio *AD* circulum *DEH* describimus. Deinde puncto *B* centro et *BG* radio circulo *GEΘH* descripto *ΘA* et *BΘ* ducimus. Tum linea *ΘA* linea *AD* longior erit, h. e. longior linea *BG*, quae ipsa multo longior est linea *BA*. Est autem *ΘB* = *BG*; linea *ΘA* igitur etiam linea *ΘB* longior est**). Manifestum autem, lineam *ΘB* longiorem esse linea *BA*; ea enim lineae *BD* aequalis est.



Ratio tertia lineam datam utraque linea [reliqua] longiorem supponit. Linea data sit linea *AB*. Puncto *A* centro et radio *AB* circulum *DGBE* describimus, deinde puncto *B* centro et radio *BA* circulum *ADE*. Duas lineas *AG*, *BH* ita ducimus, ut in puncto *Z* inter se secent. Manifestum est, lineam *AB* utraque linea *AZ*, *BZ* longiorem esse. Q. n. e. d.



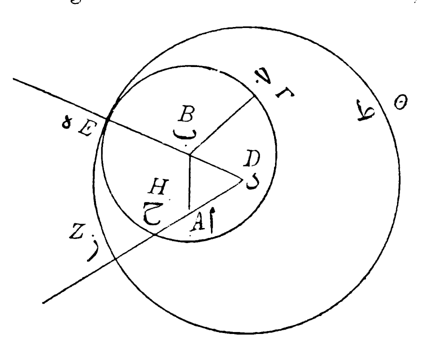
الشكل الثانى مِن المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نصِل بنقطة (ط) معلومة (ع) خطًا مستقيما مساويًا لخط مستقيم مفروضٍ فنجعل النقطة المفروضة نقطة ا والخط المفروض خط بج ونبيّن كيف نصِل بنقطة ا المفروضة خطا مستقيمًا مُساويًا لخط بج فنصل بين نقطتى اب بخط اب ونعمل عليه مُثلثا مُتساوى الاضلاع كما عملنا فى الشكل الاول مِن هذه المقالة وليكن مثلث ادب ونخرج خطى دا دب على الاستقامة ولا نجعل لهُما حدًا ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد بج دائرة جهز ثم نجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد ده دائرة دهط فلانّ نقطة ب مركز لدائرة جهح وقد خرج منها خطّا بج به الى محيطها فمِن البيّن انهما مُتساويان ∴ وايضا فان نقطة د مركزٌ لدائرة زهجط وقد خرج منها خطا دز ده الى محيط الدائرة فمن البيّن انهما متساويان وقد كُنّا عملنا مثلث ابد متساوىَ الاضلاع فخط دا مساوٍ لخط دب فاذا اسقطنا هما مِن خطى ده دز المتساويين يبقى خط از مساويًا لخط به وقد كُنّا بيّنا ان خط بج مُساوٍ لخط به فكل واحد مِن خطى از بج مساوٍ لخط به والمساوية لشى واحدٍ مُتساوية فخط از اذًا مساوٍ لخط بج فقد وصلنا بنقطة ا المفروضة خط از المستقيم مساويًا لخط بج المفروض الموضوع وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قولـه نُريد ان نصل بنقطة مفروضةٍ خطاً انما عنىَ به ان يكون النُقطة طرفًا للخط الذى يُوصَل بها فان ذلك هو الذى احتاج اليه فى العمل فى هذا الكتاب وقَدَّمَهُ

Propositio secunda libri primi.

Explicandum est, quo modo ad punctum datum rectam rectae datae aequalem constituamus.

Punctum datum ponimus A et lineam datam lineam BG. Explicabimus, quo modo ad punctum datum A rectam lineam lineae BG aequalem constituamus. Linea AB duo puncta A et B coniungimus et in ea triangulum aequilaterum construimus eo modo, quo in prop. 1 huius libri, qui sit triangulus ADB. Duas lineas DA, DB in directum interminatas producimus. Puncto B centro et radio BG circulum GEZ (scr. GEH) describimus, centro autem puncto D et radio DE circulum $DE\Theta$ (scr. $ZE\Theta$). Iam quoniam punctum B centrum circuli GEH est, et ab eo ad ambitum ductae sunt duae li-



neae BG et BE, manifestum est, eas inter se aequales esse. Rursus quia punctum D centrum circuli $ZEG\Theta$ (scr. $ZE\Theta$) est, et ab eo ad ambitum circuli lineas DZ, DE duximus, manifestum est, eas aequales esse. Uerum triangulum ABD aequilaterum construximus; itaque $DA = DB$, quas si a lineis inter se aequalibus DE, DZ abstulerimus, relinquetur linea AZ lineae BE aequalis. Demonstrauimus autem esse $BG = BE$. Itaque utraque linea AZ, BG lineae BE aequalis est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque $AZ = BG$. Ergo ad datum punctum A rectam AZ datae lineae BG aequalem constituimus. Q. n. e. d.

Quod dicit: »ad datum punctum lineam constituere uolumus«, sententia eius est, punctum esse terminum lineae ad id constituae*). Hoc enim est, quo in huius libri constructionibus

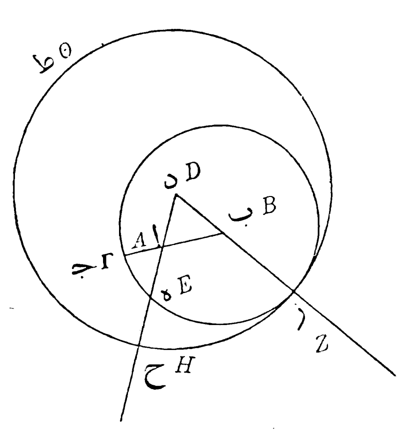
---

*) Cfr. Proclus p. 224, 2, unde adparet (u. p. 223, 16 sq.), quid haec adnotatio sibi uelit.

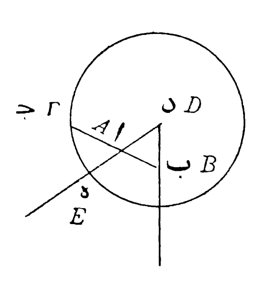
على سائر الاتّصالات منها ان يكون الخط المفروض مثل خط بج
والنقطة المفروضة يكون وضعُها على الخط نفسه مثل نُقطة ا
ونُريد ان نصل بنُقطة ا خطًّا مستقيمًا مسُاويًا لخط بج ولتكن
نهاية الخط اعنى طرفَهُ تنتهى الى نقطة ا فنعمل على احد قسمى
الخط اعنى قسم اب مثلثًا متساوى الاضلاع وذلك بحسب بُرهان
الشكل الاول مِن هذه المقالة وليكن مثلث ابد ونخرج خطى
دب دا على الاستقامة ولا نجعل لاخراجهما حدًّا حتى اذا ادرنا
الدوائر فضل من الخطين فضولٌ ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط
ببعد بج دائرة جهز فمن البيّن ان خط بج مساوٍ لخط بز وايضا
فانا نجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد دز دائرة زحط فمن البيّن
ان خط دز مساو لخط دح فاذا اسقطنا خطى دا دب المتساويين
مِن خطى دز ودح المتساويين بقى خط بز مساويًا لخط اح وقد
كنّا بيّنا ان خط بز مُساو لخط بج والمساوية لشى واحدٍ
متساوية فخط اح اذًا مثل خط بج فقد وصلنا بنقطة ا خط اح
مساويا لخط بج ونقطة ا نهايته وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ع 7 r.
وايضًا فلا تكوننّ نُقطة ا فى نهاية الخط المطلوب ولكن ليجتز
عليها فنعمل على خط با مثلثًا متساوى الاضلاع وهو ادب ونخرج
خطى دا دب على استقامة ونجعل نقطةَ ا مركزاً ونخط ببعد اج
قوس جه فمن البيّن ان خط اج مثل خط اه وخط با مثل خط دا
فخط بج مثل خط ده وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

eget, et hoc reliquis coniungendi rationibus praemisit. Ad has pertinet, quod linea data aequalis est lineae BG, et punctum datum in ipsa lineae positum est*), ut punctum A. Ad punctum A lineam rectam lineae BG aequalem constituere uolumus, et terminus lineae, h. e. finis eius, ad punctum A positus sit.

In altera parte lineae scilicet AB triangulum aequilaterum construimus ex prop. 1 h. l., qui sit triangulus ABD. Duas lineas DB, DA in infinitum producimus, ita ut circulis descriptis aliquid linearum promineat. Puncto B centro et radio BG circulum GEZ describimus. Manifestum igitur est, esse $BG = BZ$. Rursus si puncto D centro et radio DZ circulum $ZH\Theta$ descripserimus, manifestum erit, esse $DZ = DH$. Jam si lineas DA, DB inter se aequales a lineis DZ, DH, quae inter se aequales sunt, abstulerimus, relinquetur linea $BZ = AH$. Demonstrauimus autem, esse $BZ = BG$, et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque etiam $AH = BG$. Ergo ad punctum A lineam AH lineae BG aequalem constituimus, et punctum A terminus eius est. Q. n. e. d.



Rursus punctum A ne sit in termino lineae quaesitae positum, sed ea ultra progrediatur**. In linea BA triangulum aequilaterum ABD construimus et lineis DA, DB in directum productis puncto A centro et radio AG arcum GE describimus. Manifestum igitur est, esse $AG = AE$ et $BA = DA$. Itaque $BG = DE$. Q. n. e. d.



*) Eundem casum exponit Proclus p. 224, 16 sq.

**) Haec longe alia res est, quae huc non pertinet; neque enim recta BG ad punctum A constituitur; cfr. quae ipse dixit p. 49.

الشكل الثالث مِن المقالة الأُولى

نُريد ان نبيّن كيف نفصل(ع) مِن اطول خطين مختلفين مفروضين مثلَ اقصرهما(ط) فنجعل الخطين المفروضين خطى اب بج ونبيّن كيف نفصل مِن اب الاطول مثل بج الاقصر فنصل بنقطة ا التى هى طرف خط اب خطًا مساويًا لخط بج كما بُيّن ببُرهان ب مِن ا وليكن خط اد ثم نجعل نقطة ا مركزًا ونخط ببعد اد دائرة دهز فمِن البيّن ان خط اه مثل خط اد وكنّا وصلنا اد بنقطة ا على انه مساو لخط بج فخطّا بج ا[ه] كل واحدٍ مِنهما مُساوٍ لخط اد والمساوية لشى واحد فهى متساوية فخط اه مثل خط بج فقد فصلنا مِن خط اب الاعظم مثل خط بج الاصغر وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع مِن المقالة الاولى

اذا تساوت زاويتان(ع) مِن مثلثين وتساوت اضلاعُهما المحيطة بهما كُلُ ضلعٍ ونظيرُه تساوت(ط) قاعدتاهُما وسائرُ زواياهُما كُلُ زاوية ونظيرتُها وتساوى المثلثان مثالُهُ ان زاويتى باج هدز مِن مثلّثى ابج دهز متساويتان وضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج مثل ضلع دز فاقولُ ان قاعدة بج مساوية لقاعدة هز وزاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه[1] ومثلث ابج مساوٍ لمثلث دهز بُرهانه انا اذا ركّبنا مثلث ابج على مثلث دهز فانا نبتدى فنُركّب نُقطة ا على نقطة د وخط اب على خط ده فاذا فعلنا

---

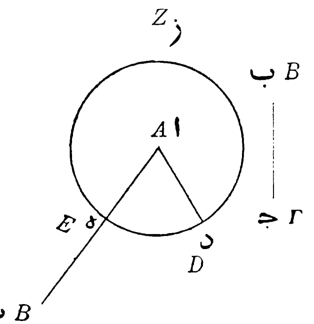
*) In textu: وزاوية وزاوية اجب دزه

Propositio tertia libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo datis duabus lineis inaequalibus lineam breuiori earum aequalem ab longiore abscindamus.

Lineas datas supponimus esse AB, BG *). Demonstrabimus, quo modo ab AB longiore lineam lineae BG breuiori aequalem abscindamus.

Ad punctum A, quod est terminus lineae AB, rectam lineae BG aequalem constituimus, ita ut in dem. I, 2 explicatum est, quae sit linea AD. Puncto A centro et radio AD circulum DEZ describimus. Manifestum igitur, esse $AE = AD$. AD autem ad punctum A ita constituimus, ut lineae BG aequalis sit; itaque utraque BG, AE aequalis est rectae AD. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque $AE = BG$. Ergo a linea AB maiore lineam BG minori aequalem abscidimus. Q. n. e. d.

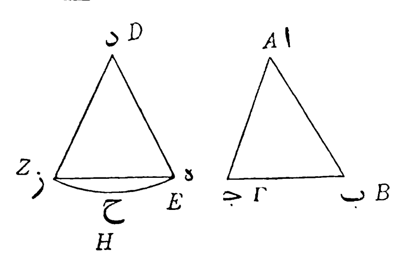


Propositio quarta libri primi.

Si duo anguli duorum triangulorum inter se aequales sunt, et latera, quae illos duos angulos comprehendunt, inter se aequalia sunt, alterum alteri, etiam bases eorum et reliqui anguli, alter alteri, et duo trianguli inter se aequales erunt.

Exemplificatio. Duo anguli BAG, EDZ duorum triangulorum ABG, DEZ inter se aequales sint, sitque latus $AB = DE$ et latus $AG = DZ$. Dico, esse basim $BG = EZ$ et $\angle ABG = \angle DEZ$ et $\angle AGB = \angle DZE$ et $\triangle ABG = \triangle DEZ$.

Demonstratio. Si triangulum ABG triangulo DEZ adplicauerimus inde orsi, ut punctum A puncto D et lineam AB lineae DE adplicemus-hoc igitur si fecerimus, punctum B in E cadet, quia linea $AB =$



*) In Graecis melius: AB, Γ.

ذلك تركّبت نقطة ب على نُقطة ه لان خط اب مثل خط ده وايضا اذا ركّبنا زاوية باج على زاوية هدز تركّبنا لانّهما متساويتان وتركّب خط اج على خط دز وتركّبت نقطة ج على نقطة ز لان خطى اج دز متساويان فمن البيّن ان خط بج يتركّبُ على خط هز ويتركّب المثلثُ على المثلث فتصيرُ زاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه فقد تساوى المثلثان وذلك ما اردنا ان نبيّن ع فان تركب ضلع اب على ضلع ده وزاوية ا على زاوية د وضلع اج على ضلع دز ولم تتركَبْ قاعدة هز على قاعدة بج وصار وضع قاعدة بج مِن قاعدة هز كوَضعِ خط زحه وخط زحه مستقيم فقد احاطَ بسطح زحه المستقيم الخطوط خطان مستقيمان وذلك غير ممكن ∴ [1]

الشكل الخامس مِن المقالة الاولى

كل مثلث متساوى (ع) الساقين فان زاويتيه اللتين تقعان فوق القاعدة متساويتان (ط) وان أُخرِج ضلعاهُ (ع) المتساويان فان الزاويتين اللتين تقعان تحت القاعدة ايضا مُتساويتان (ط) مثاله ان مثلث ابج متساوى الساقين وهما ساقا اب اج وقد أُخرجا على الاستقامة الى نقطتى ده فاقول انّ زاويتى ابج [اجب] اللتين فوق القاعِدة متساويتان وان زاويتى جبد وبجه ايضا متساويتان ∴ بُرهانه انا نُعلم (7 u.) (نُعمل scr.) على خط اد نقطة ز ونفصل مِن خط اه خط اح مساويًا

[1]) In margine legitur: قال ايرن استعمل فى هذه الشكل ما تقدّمه فى الصدر حيث يقول ان الاشياء المتساوية — — — —

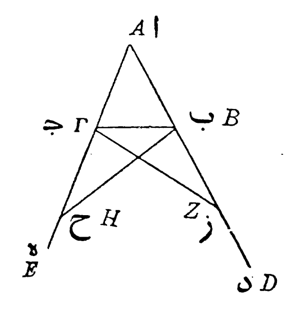
DE. Etiam angulus BAG angulo EDZ adplicatus cum eo congruet, quia inter se aequales sunt, et linea AG cum linea DZ congruet, et punctum G in punctum Z cadet, quia duae linae AG, DZ inter se aequales sunt. Manifestum igitur, lineam BG in lineam EZ cadere, et triangulum cum triangulo congruere. Itaque $\angle ABG = \angle DEZ$ et $\angle ABG = \angle DZE$, et duo trianguli inter se aequales sunt. Q. n. e. d. Si*) enim congruentibus inter se lateribus AB, DE et angulis A, D et lateribus AG, DZ basis EZ cum basi BG non congrueret, sed basis BG extra basim EZ caderet, ut linea ZHE, et linea ZHE recta esset, duae rectae spatium ZHE rectilineum comprehenderent. Quod fieri non potest.

Propositio quinta libri primi.

Cuiuslibet trianguli aequicrurii anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et duobus lateribus eius inter se aequalibus productis anguli sub basi positi et ipsi inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Si triangulus ABG duo latera aequalia habet, AB, AG, eaque in directum ad puncta D, E producuntur, dico, duos angulos ABG [et AGB] ad basim positos inter se aequales esse, et angulos GBD et BGE et ipsos inter se aequales esse.

Demonstratio. In linea AD puncto Z sumpto a linea AE lineam $AH = AZ$ abscindimus, ita ut demonstratum est in dem. I, 3, et lineas GZ, BH ducimus. Iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = AG$, latera AZ, AG trianguli AGZ lateribus AH, AB trianguli ABH aequalia sunt alterum alteri; et triangulis AGZ, ABH communis est angulus A. Et quia latera inter se aequalia eum comprehendunt, ex dem. I, 4 basis GZ basi BH et triangulus AGZ triangulo ABH aequalis erit; et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, angulus AZG angulo AHB et angulus AGZ angulo ABH. Et quoniam abscidimus lineam $AH = AZ$ et supposuimus $AB = AG$,

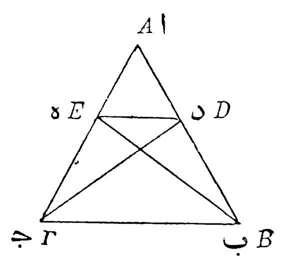


*) Quae sequuntur, suo loco habet Euclides I p. 18, 10 sq.

لخط از كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونصل خطى جز بح فلانّ خط از مثل خط اح وخط اب مثل خط اج فضلعَا از اج مِن مثلث اجز مساويان لضلعى اح اب مِن مثلث ابح كل ضلع مساوٍ لنظيره وزاوية ا مشتركة لمثلثى اجز ابح لانها تحيط بها الاضلاعُ المتساوية فمن اجل برهان د مِن ا تكون قاعدة جز مساوية لقاعدة بح ومثلث اجز مثل ابح وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا زاوية ازج مثل زاوية احب وزاوية اجز مثل زاوية ابح ولانا كُنّا فصّلنا خط اح مثل خط از وساق اب فرض مساويًا لساق اج فاذا اسقطنا اب اج المتساويين مِن از اح المتساويين فمِن البيّن بحسب المُصادرة ان يبقى خط بز مثل خط جح وقد بيّنا انّ خط جز مثل خط بح وان زاوية بزج مثل زاوية جحب وقاعدةُ بج مشتركة فبحسب برهان د مِن ا يكون مثلث جزب مثل مثلث بحج وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا كل زاوية مثل نظيرتها فزاوية جبز التى تحت القاعدة مثل زاوية بجح التى تحت القاعدة وزاوية بجز مثل زاوية جبح وقد كنّا بيّنا ان زاوية ابح مساوية لزاوية اجز فاذا اسقطنا زاويتى بجز جبح المتساويتين بقيت زاوية ابج التى فوق القاعدة مساوية لزاوية اجب التى فوق القاعدة وقد تبيّن ان زاوية جبز التى تحت القاعدة مثل زاوية بجح التى تحت القاعدة وذلك ما اردنا ان نبين ∴ الشكل الزائد ان قيل لنا لِمَ قامَ البُرهان على الزاويتين اللتين تحت القاعدةِ ولم نجِدْهُ استعملهما فى كتابهِ قُلْنا انه عَلِمَ ما يتشكّكُ فى الشكل السابع وفى الشكل التاسع فقدّم بيانَ ذلك ليُحل به الشكّ كما سنبيّن

ex postulato manifestum est, rectis AB, AG inter se aequalibus ab AZ, AH et ipsis inter se aequalibus ablatis relinqui $BZ = GH$. Demonstrauimus autem, esse $GZ = BH$, et $\angle BZG = \angle GHB$. Et basis BG communis est. Itaque ex I, 4 $\triangle GZB = \triangle BHG$, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri aequales erunt. Itaque angulus GBZ sub basi positus angulo BGH sub basi posito aequalis est, et $\angle BGZ = \angle GBH$. Supra autem demonstrauimus, esse $\angle ABH = \angle AGZ$; angulis igitur BGZ, GBH, qui inter se aequales sunt, ablatis, relinquitur angulus ABG ad basim positus angulo AGB ad basim posito aequalis. Uerum iam demonstratum est, angulum GBZ sub basi positum angulo BGH sub basi posito aequalem esse. Q. n. e. d.

Propositio addenda. Si quis quaesiuerit, cur de angulis sub basi positis demonstrationem addiderit, quibus in libro suo usus non sit, dicemus, eum prospicientem, quod in propp. 7 et 9 dubitationem mouere posset, hoc antea explicasse, ut eo usus dubitationem tolleret; quod in illis propositionibus explicabimus*). Demonstrari potuisset, angulos ad basim positos inter se aequales esse neglecta aequalitate angulorum sub basi positorum hoc modo**): Duo latera trianguli ABG inter se aequalia sint AB, AG. Dico, esse $\angle ABG = \angle AGB$.



Demonstratio: In linea AB puncto D sumpto a linea AG lineam AE lineae AD aequalem abscindimus. Lineas DE, DG, EB ducimus. Quoniam $BA = AG$, et $AD = AE$, duo latera AB, AE trianguli ABE duobus lateribus AG, AD trianguli AGD alterum alteri aequalia sunt. Et angulus A utrique triangulo communis est. Itaque ex I, 4 basis BE basi GD aequalis est, et $\angle AEB = \angle ADG$, $\angle ABE = \angle AGD$. Iam duabus lineis

*) Proclus p. 247, 6 sq.; p. 248, 8—11.
**) Proclus p. 248, 21 sq.

ذلك فيهما فانه قد كان يتهيأ ان نبيّن انّ الزاويتين اللتين على القاعدة متساويتان مِن غير استعمال تساوى اللتين تحت القاعدةِ على هذا الطريق ليكُن ساقا اب اج مِن مثلث ابج متساويين. فاقول ان زاوية ابج مثل زاوية اجب بُرهانه انا نعلم علَى خط اب نقطة د ونفصِل مِن خط اج خط اه مساويًا لخط اد ونخرج خطوط ده دج هب فلان با مثل اج وخط اد مثل خط اه فانّ كل ضلعَى اب اه مِن مثلث ابه مثل كل ضلعَى اج اد مِن مثلث اجد كل ضلع مساوٍ لنظيره وزاوية ا مشتركة للمثلثين فبحسب برهان د مِن ا تكون قاعدة به مثل قاعدة جد وزاوية اهب مثل زاوية ادج وزاوية ابه مثل زاوية اجد فنُسقط خطى اد اه المتساويين مِن خطى اب اج المتساويين فيبقى خط دب مثل خط هج وقد كنّا بيّنا انّ خط به مثل خط جد وان زاوية دبه مثل زاوية هجد وقاعدة ده مشتركة فبحسب برهان د مِن ا تكون زاوية بده مثل زاوية جهد وزاوية بهد مثل زاوية جده فاذا اسقطناهما مِن زاويتى بده وجهد المتساويتين بقيت زاوية بدج مساوية لزاوية بهج و[الا]ضلاع المُحيطة بهما متساوية كل ضلع مساوٍ لنظيره وقاعدة بج مشتركة لهما فبحسب برهان د مِن ا تكون زاوية ابج مثل زاوية اجب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس مِن المقالة الاولى

8 r.

اذا تساوت (ع) زاويتان مِن مثلّثٍ فهو متساوى (ط) الساقين مثاله ان زاويتى ابج اجب مِن مثلث ابج متساويتان فاقول ان ساق اب مثل ساق اج برهانه ان امكن ان تكون الزاويتان متساويتين

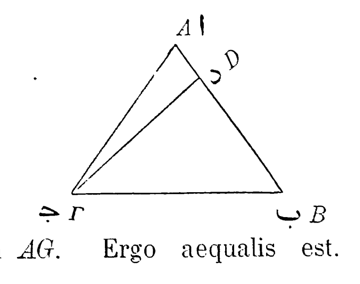
AD, AE, quae inter se aequales sunt, a lineis inter se aequalibus AB, AG ablatis relinquitur linea $DB = EG$. Supra autem demonstrauimus, esse lineam $BE = GD$, et $\angle DBE = \angle EGD$. Et basis DE communis est. Ex I, 4 igitur erit $\angle BDE = \angle GED$ et $\angle BED = \angle GDE$. Quibus ab angulis BDE et GED, qui inter se aequales sunt, ablatis relinquitur $\angle BDG = \angle BEG$. Et latera, quae eos comprehendunt, inter se aequalia sunt alterum alteri, et basis BG communis est. Ergo ex I, 4 $\angle ABG = \angle AGB$. Q. n. e. d.

Propositio sexta libri primi.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, triangulus aequicrurius est.

Exemplificatio: Duo anguli ABG, AGB trianguli ABG inter se aequales sint. Dico esse $AB = AG$.

Demonstratio. Si fieri potest, ut, quum duo anguli aequales sint, latera aequalia non sint, sit latus AB maius latere AG. Si hoc fieri potest, ab AB maiore [rectam rectae] AG minori aequalem abscindamus, ita ut in I, 3 demonstratum est, quae sit BD, et DG ducamus. Iam quum $AG = DB$, et BG communis sit, latera AG, GB trianguli AGB maioris aequalia sunt lateribus DB, BG trianguli DGB minoris alterum alteri. Et $\angle AGB = \angle GBD$. Itaque ex eo, quod in I, 4 demonstrauimus, basis AB basi GD aequalis erit, et triangulus ABG maior triangulo DGB minori aequalis. Quod absurdum est neque fieri potest. Demonstrauimus igitur, fieri non posse, ut AB maior aut minor*) sit quam AG. Ergo aequalis est. Q. n. e. d.



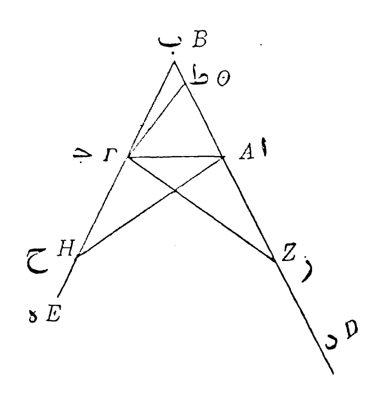
*) Euclides p. 24, 7 melius ἄνισος, quia p. 22, 25 demonstrationem rectius praeparauerat quam Arabs noster.

والساقان غير متساويين فليكن ساق اب اعظم مِن ساق اج
ان امكن ذلك ونفصل مِن اب الاعظم مثل اج الاصغر كما بيّنا
ببرهان ج مِن ا وليكن بد ونخرج دج وضلع اج مثل ضلع دب
وناخذ ضلع بج مشتركا فضلعا اج جب مِن مثلث اجب الاعظم
مثل ضلعى دب بج مِن مثلث دجب الاصغر كل ضلع مساوٍ
لنظيره وزاوية اجب مثل زاوية جبد فيما بيّنّا ببرهان د مِن ا
تكون قاعدة اب مساوية لقاعدة جد ومثلث ابج الاعظم مساويًا
لمثلث دجب الاصغر وهذا خلف غير مُمكن فقد تبيّن انه لا
يُمكن ان يكون اب اعظم مِن اج و لا اصغر فهو اذًا مثلُهُ وذلك
ما اردنا ان نبيّن ∴ وخبر هذا الشكل يجوز ان يُقال كل مثلثٍ
تكون الزاويتان اللتان فوق القاعدة منه متساويتين فانه متساوى
الساقين ويجوز ان يقال ايضا اذا تساوت زاويتان مِن مثلثٍ فان
الضلعين اللذين يوترانهما متساويان ∴ وفى الشكل ممّا هو مُضافٌ
اليه ∴ كل مثلث تكون زاويتاه اللتان تحت القاعدة متساويتين
فانّه متساوى الساقين مثاله مثلث ابج أُخرج ضِلعاه با بج الى
د والى ه فكانت زاوية جاد مثل زاوية اجه فاقول ان ضلع با مثل
ضلع بج فان لم يكن مثلَهُ فلنُنزل ان با اعظم مِن بج
ونفصل اط مثل بج كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونخرج جط ونُعلِم
على خط اد نقطة ز ونفصل جح مثل از كما بُيّن ببرهان ج مِن
ا ونصِل خطى اح جز فلانّا فصلنا خط جح مثل از وناخذ اج
مشتركًا فكلا خطى حج جا مثل كلى خطى زا اج وزاوية اجح
فُرِضت مثل زاوية جاز فيما بيّن ببرهان د مِن ا تكون قاعدة اح

Uerba huius propositionis et hoc modo enuntiare licet: Triangulus, in quo duo anguli ad basim positi inter se aequales sunt, aequicrurius est, et sic: Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, duo latera illis opposita inter se aequalia sunt*).

I n t e r e a, q u a e h u i c p r o p o s i t i o n i a d d e n d a s u n t, h o c e s t**): Triangulus, in quo duo anguli sub basi positi inter se aequales sunt, aequicrurius est.

E x e m p l i f i c a t i o. Latera BA, BG trianguli ABG ad D et E producuntur, ita ut sit $\angle GAD = \angle AGE$. Dico, esse $BA = BG$. Nam si ei aequalis non est, ponamus BA maiorem esse quam BG, et $A\Theta$ abscindamus [lateri] BG aequalem ex iis, quae in I, 3 demonstrata sunt. Deinde ducta $G\Theta$ in linea AD punctum Z sumimus et GH [rectae] AZ aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est, lineasque AH, GZ ducimus. Iam quoniam GH [rectae] AZ aequalem abscidimus et AG communem posuimus, utraque linea HG, GA utrique lineae ZA, AG aequalis erit. Supposuimus autem, angulum AGH angulo GAZ aequalem esse. Itaque ex iis, quae in I, 4 demonstrata sunt, basis AH basi GZ aequalis erit, et $\triangle AGZ = \triangle AGH$, et $\angle AZG = \angle AHG$. Rursus abscidimus $HG = AZ$ et $A\Theta = GB$; itaque si aequalia aequalibus addiderimus, linea $Z\Theta$ toti lineae HB aequalis erit. Demonstrauimus autem, esse $AH = GZ$, et $\angle AHG = \angle AZG$. Itaque duo latera BH, HA trianguli HAB duobus lateribus ΘZ, ZG trianguli $ZG\Theta$ alterum alteri aequalia sunt, et $\angle H = \angle Z$, et ex I, 4 $\triangle HAB = \triangle ZG\Theta$. Demonstrauimus autem,



*) Sic Euclides.

**) Proclus p. 257, 8 sq., sed demonstratio alia est.

مساوية لقاعدة جز ومثلث اجز مساويًا لمثلث اجح وزاوية ازج مثل
زاوية احج وايضا فانا فصلنا حج مثل از وفصلنا اط مثل جب فاذا
زدنا على المتساوية متساوية كان خط زط مثل خط حب باسره
وقد بيّنا ان اح مثل جز وان زاوية احج مثل زاوية ازج فضلعا بح
حا مِن مثلث حاب مثل ضلعَى طز زج مِن مثلث زجط كل ضلع
مثل نظيرهِ وزاوية ح مثل زاوية ز فبحسب برهان د مِن ا يكون
مثلث حاب مثل مثلث زجط وقد كنّا بيّنّا ان مثلث احج مثل
مثلث اجز فاذا اسقطنا مِن المتساوية متساوية بقى مثلث ابج
مثل مثلث اطج الاعظم مثل الاصغر وهذا خلف غير مُمكن فليس
يُمكن ان يكون ساق اب اعظم مِن ساق بج ولا اصغر منه
فهو اذاً مثلُه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع مِن المقالة الاولى

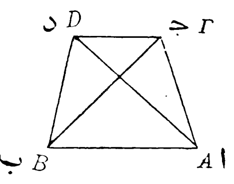
اذا اخرج مِن طرفى خطٍ خطان فالتقى طرفاهما على نقطة فليس
يمكن ان يخرج مِن مخرجيهما خطان اخران مساويان لهما فى 8 u.
تلك الجهة يلتقى طرفاهما على غير تلك النُقطة مثالُه انه قد أُخرج
مِن طرفى خط اب خط(ا)اج بج والتقيا على نقطة ج فاقول انه غير
مُمكن ان يخرج مِن نقطة ا خط مُساوٍ لخط اج ومِن نقطة ب
خط مساوٍ لخط بج فى تلك الجهة يلتقى طرفاهما على غير نقطة ج
بُرهانه ان امكن ذلك فليخرجا وليكونا اد بد ولننزل ان اد
مثل اج وبد مثل بج ونخرج خط جد فمثلث اجد متساوى
الساقين فزاوية اجد مثل زاوية ادج وهذا بيّن مِن برهان ه مِن ا
فزاوية بج[د] اذاً اصغر مِن زاوية ادج وايضا فان مثلث بجد

esse $\triangle AHG = \triangle AGZ$. Itaque aequalibus ab aequalibus ablatis relinquitur $\triangle AGB = \triangle A\Theta G$, maior aequalis minori; quod absurdum est neque fieri potest. Itaque fieri non potest, ut latus AB aut maius aut minus sit latere BG; ergo ei aequale est. Q. n. e. d.

Propositio septima libri primi.

Si a terminis lineae duae lineae ducuntur, quarum termini in puncto aliquo concidunt, fieri non potest, ut ab iis punctis, unde ductae sunt*), duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ducantur, quorum termini in alio puncto concidant.

Exemplificatio. A terminis lineae AB lineae AG, BG ducantur, quae in puncto G concidant. Dico, fieri non posse, ut a puncto A lineam lineae AG aequalem et a puncto B lineam lineae BG aequalem ad eandem partem ducamus, quarum termini in alio puncto concidant ac G.



Demonstratio: Si fieri potest, ducantur et sint AD, BD, et ponamus $AD = AG$ et $BD = BG$. Ducta linea GD triangulus AGD aequicrurius erit, et $\angle AGD = \angle ADG$, quod in I, 5 demonstratum est. [Uerum $\angle BGD$ angulo AGD minor est.] Quare angulus $BG[D]$ etiam angulo ADG minor est. Rursus quoniam triangulus BGD aequicrurius est, quia $BG = BD$, ex [I,] 5 erit $\angle BGD = \angle BDG$. Uerum angulus BDG maior est angulo ADG. Demonstrauimus autem, angulum ADG maiorem esse angulo BGD. Quare etiam angulus BDG multo maior est angulo BGD. Uerum iidem aequales sunt; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut a terminis lineae duabus lineis ductis, quarum termini in puncto aliquo concidant, ab iis punctis, unde

---

*) Euclides p. 24, 15 τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις

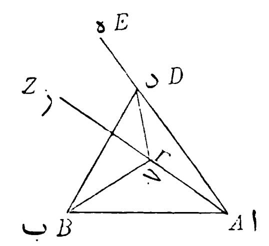
متساوی الساقین بج مثل بد فبحسب برهان ه تكون زاوية بجد مساوية لزاوية بدج ولكن زاوية بدج اعظم مِن زاوية ادج وبيّنا ان زاوية ادج اعظمُ مِن زاوية بجد فاذًا زاوية بدج اعظم مِن زاوية بجد بكثير وهما متساويان هذا خلف غير ممكن فغير [مم]كن ان يخرج مِن طرفى خطٍ خطان يلتقى طرفاهما على نقطة ويخرج مِن مخرجيهما خطان اخران مساويان لهما فى تلك الجهة يلتقيان على غير تلك النقطة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ان قال قائل انه قد يمكن ان يخرجُ مِن طرفى خط اب خطا اج بج مساويين لخطى اد بد حتى يكون اج مثل اد وبج مثل بد فنقول ان ذلك غير ممكن فنصل خط جد ونخرج خطى اج اد على استقامتهما الى نقطتى هز فمن اجل ان مثلث اجد متساوى الساقين اج مثل اد فبحسب برهان ه مِن ا تكون الزاويتان اللتان تحت القاعدة متساويتين فزاوية هدج مثل زاوية زجد فزاوية زجد اعظم مِن زاوية بدج وايضا مثلث بدج متساوى الساقين بد مثل بج فبحسب برهان ه مِن ا تكون الزاويتان اللتان فوق القاعدة متساويتين فزاوية بدج مثل زاوية بجد وقد كُنّا بيّنّا ان زاوية زجد اعظم مِن زاوية بدج فيجب ان تكون زاوية بجد اعظم مِن زاوية بدج بكثير وهى مثلها هذا خلف غيرُ مُمكن فقد بان مِن هذا الانتفاع بما بيّن فى ه مِن ا من تساوى الزاويتين اللتين تحت القاعدة ∴

الشكل الثامن مِن المقالة الاولى[1]

كل مثلثين(ع)تساوى ضلعان مِن احدهما ضلعين مِن الاخر كل

ductae sint, duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ducantur, quae in alio puncto concidant. Q. n. e. d.

Si quis dixerit*), fieri posse, ut a terminis lineae AB duae lineae AG, BG duabus lineis AD, BD aequales ducantur, ita ut sit $AG = AD$, $BG = BD$, dicemus, hoc fieri non posse. Ducimus GD, et lineas AG, AD ad puncta E, Z producimus. Itaque quum triangulus AGD aequicrurius sit, quia $AG = AD$, ex I, 5 anguli sub basi positi inter se aequales sunt; quare $\angle EDG = \angle ZGD$. Itaque $\angle ZGD > \angle BDG$. Uerum etiam triangulus BDG aequicrurius est, quia $BD = BG$; itaque ex I, 5 anguli ad basim positi inter se aequales sunt; quare $\angle BDG = \angle BGD$. Demonstrauimus autem, angulum ZGD maiorem esse angulo BDG. Ergo $\angle BDG$ necessario multo maior est angulo BDG, qui ei aequalis est. Quod absurdum est neque fieri potest. Hinc**) patet utilitas eius, quod in I, 5 de aequalitate angulorum sub basi positorum demonstratum est.



Propositio octaua libri primi.

Si trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, et basis basi aequalis est, etiam anguli, quos latera triangulorum inter se aequalia comprehendunt, inter se aequales erunt.

Exemplificatio. Si duo latera trianguli ABG duobus lateribus trianguli DEZ aequalia sunt, $AB = DE$ et $AG = DZ$, et basis BG basi EZ aequalis est, dico, angulum BAG angulo EDZ aequalem esse.

---

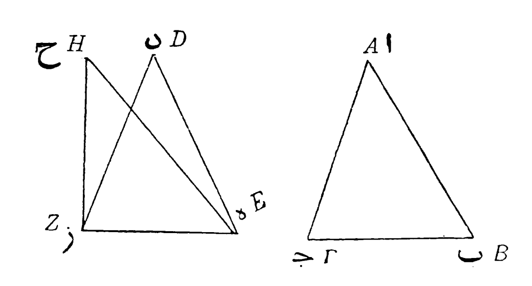
*) Proclus p. 262, 3 sq.

**) Proclus p. 263, 4 sq.

[1]) In margine scriptum: قال ايرن هذا عكس الشكل الرابع: Hero dixit, hoc esse inuersionem propositionis quartae.

ضلع (ضلع) لنظيرهِ وتساوى القاعدةُ القاعدةَ فان الزاويتين اللتين
يحيط بهما الاضلاع المتساوية مِن المثلثين متساويتان (ط) مثاله ان
ضلعى مثلث ابج مساويان لضلعى مثلث دهز ضلع اب مساوٍ
لضلع ده وضلع اج مساوٍ لضلع دز وقاعدةُ بج لقاعدة هز فاقول ان
زاوية باج مساوية لزاوية هدز ∴ برهانه ان مثلث ابج ان ركّب
على مثلث دهز بان تبتدى فتركّب نقطة ب على نقطة ه وخط
بج على خط هز فمن البيّن ان نقطة ج تتركّب على نقطة ز لان
قاعدتى بج هز متساويتان فاذا تركّبت قاعدة بج على قاعدة
هز تركّب ضلع اب على ضلع ده لانهما متساويان وتركّب ايضا 9 r.
ضلع اج على ضلع دز وتركبَ المثلث على المثلث وتركّبت زاوية
ا على زاوية د فان امكن ان تتركّب القاعدة على القاعدة ولا
يتركبُ الضلعان كما وصفنا على الضلعين فلنُصيّر وضعهما
كوضع خطى هح زح فقد خرج مِن طرفى خط خطان والتقى
طرفاهما على نقطةٍ وخرج مِن مخرجيهما خطان اخران مساويان
لهما فى تلك الجهة التقى طرفاهما على نقطة وقد بيّنّا ببرهان ز
من ا ان هذا غير ممكن فكل مثلثين تساوى ضلعان مِن
احدهما ضلعين مِن الاخر كل ضلع لنظيره وتساوى القاعدة
القاعدة فان الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية
متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين ∴ مضاف الى الشكل الثامِن
مِن المقالة الاولى ينسب الى بيان على غير طريق الخلف ∴ نركّب
قاعدة بج مِن مثلث ابج على قاعدة هز مِن مثلث دهز وليقع
خطا اب اج مِن الجهة الاخرى كخطّى هح زح ونصل دح فلان

Demonstratio. Triangulo ABG ad triangulum DEZ eo modo adplicato, ut punctum B in puncto E et linea BG in linea EZ ponatur, adparet, punctum G in punctum Z cadere, quia duae bases BG, EZ inter se aequales sunt. Iam basi BG ad basim EZ adplicata etiam latus AB cum latere DE congruet, quia inter se aequalia sunt, et latus AG quoque cum latere DZ congruet, et*) triangulus cum triangulo, et etiam angulus A cum angulo D. Si enim fieri potest, ut basi ad basim adplicata duo latera cum duobus lateribus non congruant, ut sumpsimus, fingamus, ea cadere ut duo latera EH, ZH. Ita autem a terminis lineae duae lineae ductae sunt, quarum termini in puncto aliquo concidunt, et a punctis, unde ductae sunt, duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ductae sunt, quarum termini in [alio] puncto concidunt. Quod fieri non posse, in I, 7 iam demonstrauimus. Ergo si trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, et basis basi aequalis est, etiam anguli, quos latera inter se aequalia comprehendunt, inter se aequales erunt. Q. n. e. d.



Addendum**) est ad propositionem octauam libri primi hoc, quod demonstrationem rationis non indirectae habet: Basi BG trianguli ABG ad basim EZ trianguli DEZ adplicata, lineae AB, AG ad alteram partem cadant ut lineae EH, ZH. Ducimus DH. Iam quoniam $DE = EH$, ex I, 5 duo anguli sub basi positi inter se aequales sunt; itaque $\angle DHE = \angle HDE$. Eodem autem modo demonstrabimus, esse $\angle DHZ = \angle HDZ$.

*) Hoc Euclides melius ad finem demonstrationis collocauit p. 28, 11.

**) Proclus p. 266, 19 sq., qui alium ordinem cosuum habet et in demonstrando adcuratior est.

خط ده مثل خط هج فببرهان ه مِن ا تكون الزاويتان اللتان
فوق القاعدة متساويتين فزاوية دجه مساوية لزاوية جده وبهذا
البرهان يتبين ان زاوية دجز مساوية لزاوية جدز فزاوية هدز باسرها
مساوية لزاوية هجز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وقد يُمكن ان
يتّصل خط اب بخط دز على استقامة لخط دزج فمن اجل ان
مثلث دهج متساوى الساقين ساق ده مثل ساق جه تكون زاوية
هدج مثل زاوية هجز (و) وضع ان خط اب كانّه يتصل بخط دز على
استقامته وخط جه هو خط اج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
وقد يُمكن ان يتّصل خط اب بخط دز اتّصالاً يحدث منه مع خط
دز زاوية فى الجهة الاخرى فليكن كذلك لخط جز ونصل خط
دج فلانّ مثلث دهج متساوى الساقين ساق ده مثل ساق هج
فببرهان ه مِن ا تكون زاوية هدج مساوية لزاوية هجد وايضا فلان
مثلث دزج متساوى الساقين فببرهان ه تكون زاوية زدج مثل
زاوية زجد فاذا اسقطنا مِن المتساوية متساوية بقيت زاوية هدز
مساوية لزاوية هجز وذلك ما اردنا ان نبيّن ليست هذه الاشكال
لازمَةً للبرهان لانا اذا اطبقنا القاعدة على القاعدة لم نعلم حال
زاويتى اد ∴

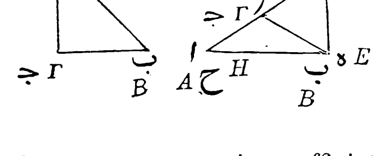
الشكل التاسع من المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نقسم زاوية مفروضةً بنصفين فلتكن
الزاوية باج فنُعلم على خط اب علامة د ونفصِل مِن خط اج خط
اه مساويًا لخط اد كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونخرج خط ده
ونعمل على خط ده مثلثا متساوى الاضلاع وليكن مثلث دزه

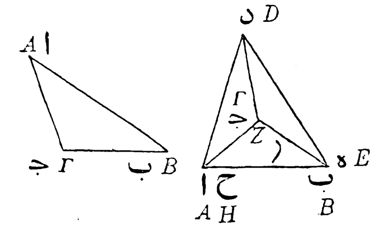
Ergo totus angulus EDZ angulo EHZ aequalis est. Q. n. e. d.

Hoc quoque fieri potest, ut linea AB in producta linea DZ posita sit, ut fiat linea DZH*).

Quoniam triangulus DEH aequicrurius est, et $DE = HE$, erit $\angle EDH = \angle EHZ$. Supposuimus enim, lineam AB in ipsa linea DZ producta positam esse, et HE eadem est ac linea AG. Q. n. e. d.



Hoc quoque fieri potest, ut linea AB cum linea DZ ita coniungatur, ut cum eo angulum ad alteram partem positum efficiat. Sit posita ut linea HZ. Lineam DH ducimus. Iam quoniam triangulus DEH aequicrurius est, et $DE = EH$, ex dem. I, 5 erit $\angle EDH = EHD$. Rursus quoniam triangulus DZH aequicrurius est, ex (I) 5 erit $\angle ZDH = \angle ZHD$. Aequalibus igitur ab aequalibus ablatis relinquitur $\angle EDZ = \angle EHZ$. Q. n. e. d.



Hae propositiones demonstrationi necessariae non sunt, quoniam basi in basi posita non indicamus, quo modo anguli A, D se habeant.

Propositio nona libri primi.

Nobis explicandum est, quo modo angulum datum in duas partes [aequales]**) diuidamus.

Sit angulus BAG. In linea AB punctum D sumimus, et a

*) In figura 2 permutandae litterae B et Γ.

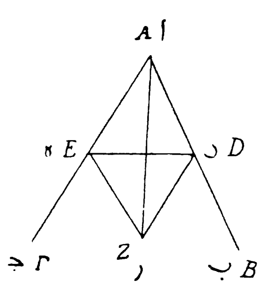
**) δίχα.

ونصل خط از فلانّ ضلع دا مساوٍ لضلع اه وضلع از مشترك فضلعا
دا واز مساويان لضلعَى ها واز وقاعدة دز مساوية لقاعدة هز فببرهان 9 u.
ح مِن ا تكون زاوية داز مساوية لزاوية هاز فقد قسمنا زاوية باج
بنصفين بخط از وذلك ما اردنا ان نبين ∴ مضاف الى هذا الشكل
ان قيل ان المثلث المتساوى الاضلاع الذى نعمل على خط بج
مِن مثلث ابج يقع على خط ابز فيكون ضلع بد مساويًا لكل
واحد مِن ضلعى بج جد فلانّ مثلث ابج متساوى الساقين
فببرهان ه مِن ا تكون زاوية زبج مساوية لزاوية بجه وهما
اللتان تحت القاعدة وايضا فان مثلث دبج متساوى الساقين
فببرهان ه مِن ا فان الزاويتين اللتين فوق القاعدة متساويتان
فزاوية جبد مساوية لزاوية بجد العظمى للصُغرى هذا خلف غير
مُمكن وان قيل انه يخرج عن خطّ ابز كانت الشناعة اقبح
وذلك ما اردنا ان نبيّن

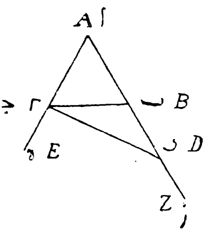
الشكل العاشر مِن المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نقسم (ط) خطًا (ع) معلومًا بنصفين فليكن
خط اب ونعمل عليه مثلثًا متساوى الاضلاع كما بُيّن [ببرهان] ا
مِن ا وليكن مثلث ابج ونقسِمُ زاوية اجب بنصفين كمّا بيّن
ببرهان ط مِن ا فضلع جا مِن مثلث اجد مثل ضلع بج مِن
مثلث بجد وناخذ ضلع جد مشتركًا فضلعا اج جد مساويان
لضلعَى بج جد كل ضلع لنظيره وزاوية اجد مساوية لزاوية
بجد فببرهان د مِن ا تكون قاعدة اد مثل قاعدة بد فقد
قسمنا خط اب بنصفَين على علامة د وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

linea AG lineam AE lineae AD aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est, et lineam DE ducimus. In linea DE triangulum aequilaterum construimus, qui sit $\triangle DZE$, et lineam AZ ducimus. Iam quum latus DA aequale sit lateri AE, et latus AZ commune sit, duo latera DA, AZ duobus lateribus EA, AZ aequalia sunt; et basis DZ basi EZ aequalis est; itaque ex I, 8 $\angle DAZ = EAZ$. Ergo angulum BAG linea AZ in duas partes [aequales] diuisimus. Q. n. e. d.



Huic propositioni addendum*): Si quis contendet, triangulum aequilaterum, quem in linea BG trianguli ABG construximus, in lineam ABZ cadere, latus BD utrique lateri BG, GD aequale erit. Quoniam triangulus ABG aquicrurius est, ex dem. I, 5 angulus ZBG angulo BGE aequalis est; hi enim anguli sub basi positi sunt. Rursus triangulus DBG aequicrurius est, et ex I, 5 anguli ad basim positi inter se aequales sunt; angulus GBD igitur angulo BGD aequalis erit, maior minori, quod absurdum est neque fieri potest. Si quis autem contendat, eum lineam ABZ excedere**), hoc multo etiam turpius est. Q. n. e. d.



Propositio decima libri primi.

Nobis demonstrandum est, quo modo datam lineam in duas partes [aequales] diuidamus.

Sit linea AB. In ea triangulum aequilaterum construimus, ita ut in I, 1 demonstratum est, quae sit $\triangle ABG$, et angulum AGB in duas partes diuidimus, ita ut in I, 9 demonstratum est. Latus igitur GA trianguli AGD aequale est lateri BG trianguli BGD; et latus GD commune sumimus. Duo igitur

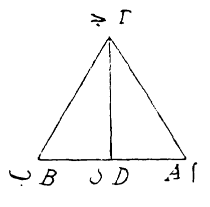
*) Proclus p. 273, 11 sq.
**) Proclus p. 274, 10 sq.

الشكل الحادى عشر من المقالة الاولى ∴

نريد ان نبين كيف نخرج مِن نقطة معلومة مِن خط معلوم خطًا يكون عمودًا عليه فلنُنزل ان الخط المعلوم خط اب والنقطة المعلومة نقطة ج ونبين كيف نخرج منها خطا يكون عمودًا على خطّ اب فنُعلم على خط اب نقطة د ونفصل مِن خط جب خط جه مساويًا لخط دج كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونعمل كما عملنا ببرهان ا مِن ا على خط ده مثلثا متساوى الاضلاع وليكن مثلث ده‌ح ونصل بين نقطتى جح بخط جح فلان ضلع دج مساوٍ لضلع جه وناخذ جح مُشتركًا فضلعا دج جح مِن مثلث دجح مساويان لضِلعَى هج جح مِن مثلث جه‌ح كل ضلع لنظيرهِ وقاعدة دح مساوية لقاعدة هح فبحسب برهان ح مِن ا تكون زاوية دجح مساوية لزاوية هجح وبحسب المصادرة اذا قام خط مستقيم على خط مستقيم فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط القائم متساويتين فكل واحدة منهما قائمة والخط القائم يُقال له العمودُ فخط حج اذًا عمودٌ على خط اب فقد اخرجنا مِن نقطة ج مِن خط اب خطا مستقيما عمودًا على خط اب وذلك ما اردنا ان نبين ∴ مضاف الى هذا الشكل لايرُن ∴ نريد ان نخرج مِن نقطة ا التى هى طرف الخط خطًا مستقيمًا يكون عمودًا على خط اب فنُعلم على خط اب نقطة ج ونخرج منها عمودَ جد كما اخرجنا بحسب برهان يا مِن ا وليكن خروج جد غير محدودٍ ونفصل جد مساويًا لخط اج ونخرج عمود ده اخراجًا غير محدودٍ ونقسم زاوية اجد بنصفين بخط مستقيم بحسب برهان ط مِن ا

10 r.

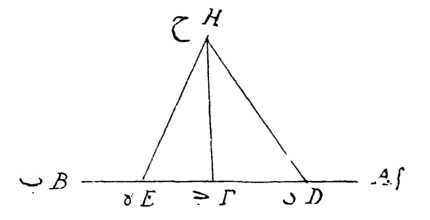
latera AG, GD duobus lateribus BG, GD aequalia sunt, alterum alteri, et $\angle AGD = \angle BGD$; quare ex I, 4 basis AD basi BD aequalis est. Ergo lineam AB in puncto D in duas partes diuisimus. Q. n. e. d. [siue faciendum].



Propositio undecima libri primi.

Nobis demonstrandum est, quo modo a puncto dato in linea data lineam ad eam perpendicularem ducamus.

Supponamus, lineam datam esse lineam AB, et punctum datum punctum G. Demonstrabimus, quo modo ab eo ducamus lineam ad lineam AB perpendicularem. Puncto D in linea AB sumpto a linea GB lineam GE lineae DG aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 explicatum est, et eo modo, quo in I, 1, in linea DE triangulum aequilaterum construimus, qui sit $\triangle DEH$, et puncta G, H linea GH coniungimus. Iam quoniam latus DG lateri GE aequale est, et GH commune sumpsimus, latera DG, GH trianguli DGH lateribus EG, GH trianguli GEH aequalia sunt, alterum alteri; et basis DH basi EH aequalis est. Itaque ex I, 8 erit $\angle DGH = \angle EGH$. Uerum ex postulato, si linea recta in linea recta erecta est, et duo anguli ad utramque partem lineae rectae positi inter se aequales sunt, uterque rectus est, et linea recta perpendicularis adpellatur. Linea HG igitur ad lineam AB perpendicularis est. Ergo a puncto G in linea AB posito lineam rectam ad lineam AB perpendicularem duximus. Q. n. e. d.



Ex Herone ad hanc propositionem addendum est*): Nobis a puncto A, quod est terminus lineae, linea recta

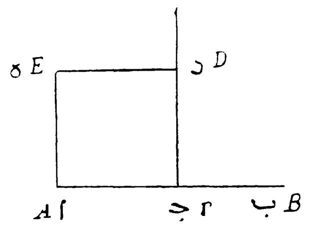
*) Proclus p. 281, 6 sq., ubi tamen Heronis nulla mentio fit.

يلقى خط ده ولننزل انه لقِبَهُ على نقطة ه ونصل بين نقطتى اه بخط اه فاقول ان خط اه عمودٌ على خط اب على نقطة ا برهانه انا فصلنا جد مثل اج وجه مشترك وعملنا زاوية اجه مساوية لزاوية دجه فمما بيّن ببرهان [د] مِن [ا] تكون زاوية جاه مساوية لزاوية جده وقد كنّا عملنا زاوية جده قائمة فزاوية جاه قائمة فخط اه اذن عمود على نقطة ا مِن خط اب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثانى عشر مِن المقالة الاولى

نريد ان نبيّن كيف نخرج مِن نقطة مفروضة الى خط (ع) مستقيم معلوم غير محدود خطًا (ط) يكون عمودًا عليه فلننزل ان النقطة هى نقطة ج والخط المستقيم غير المحدود خط اب فنُعلِم فى الجهة الأُخرى مِن الخط نقطة كيف ما وقعَتْ ولتكن نقطة د ونُدير على نقطة ج وببعد جد دائرة دهز ونخرج مِن نقطة ج التى هى المركز خطّين الى موضع تقاطُع الدائرة والخط المستقيم وليكونا خطى جه جز ونقسم خط هز بنصفين كما بيّنّا ببرهان ي مِن ا على نقطة ح ونخرج خط حج فاقول ان خط حج عمود على خط اب برهانه ان ضلع هح مِن مثلث جهح مساو لضلع حز مِن مثلث زحج وناخذ حج مشتركًا فكلا ضلعى هح حج مثل كلى ضلعى زح حج كل ضلع مساو لنظيره وقاعدة جه مساوية لقاعدة جز لانهما خرجَا مِن المركز فمما بيّنّا ببرهان ح مِن ا تكون زاوية هحج مساويةً لزاوية جحز وكل خطٍ يقومُ على خطٍ فيصير الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط القائم متساويتين فان كل واحدة منهما قائمة والخط القائم يقال له العمود عمودٌ على الخط

ad lineam AB perpendicularis ducenda est. A puncto G in linea AB sumpto ex I, 11 perpendicularem GD ducimus, quae infinita sit. Iam GD lineae AG aequalem abscindimus et DE perpendicularem infinitam ducimus. Angulum AGD ex I, 9 in duas partes diuidimus linea recta, quae lineam DE secat. Supponamus eam illam in puncto E secare. Duo puncta A, E linea AE iungimus. Dico, lineam AE ad lineam AB in puncto A perpendicularem esse.

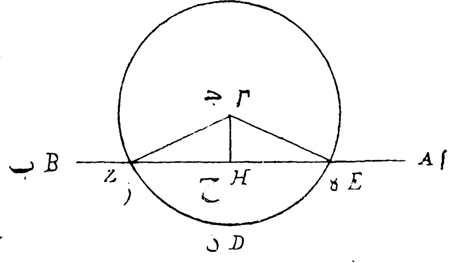


Demonstratio. GD abscidimus lineae AG aequalem, et GE communis est; praeterea angulum AGE angulo DGE aequalem fecimus. Itaque ex eo, quod in [I, 4] demonstrauimus, angulus GAE angulo GDE aequalis erit; angulum autem GDE rectum fecimus; itaque etiam angulus GAE rectus est. Ergo linea AE ad lineam AB in puncto A perpendicularis erit. Q. n. e. d.

Propositio duodecima libri primi.

Nobis demonstrandum est, quo modo a puncto dato extra rectam datam infinitam posito rectam ad eam perpendicularem ducamus.

Supponamus, punctum esse punctum G et rectam infinitam esse lineam AB. In altera parte lineae punctum aliquod sumimus, quod sit punctum D. Puncto G centro et radio GD circulum DEZ describimus, et a puncto G, quod est centrum, duas lineas ad puncta ea ducimus, in quibus circulus et recta inter se secant, quae sint lineae GE, GZ, et lineam EZ in duas partes diuidimus, ut in I, 10 demonstratum est, in puncto H, et lineam HG ducimus. Dico, lineam HG ad lineam AB perpendicularem esse.



Demonstratio. Latus EH trianguli GEH lateri HZ

الذى هو قائم عليه فخط جح عمود على خط اب فقد اخرجنا مِن نقطة ج المعلومة الى خط اب الذى ليس بمعلوم القدر خط جح عمودًا عليه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث عشر مِن المقالة الاولى

كل خط مستقيم (ع) يقوم على خط مستقيم فان الزاويتين اللتين عن جنبتى الخط القائم اِمّا قائمتان (ط) واِمّا معادلتان لقائمتين مثاله ان خط اب قائم على خط دج فاقول ان زاويتى ابج وابد اللتين عن جنبتى خط اب قائمتان او معادلتان لقائمتين برهانه ان خط اب ان كان عمودًا على خط جد فان زاويتى ابج وابد قائمتان بحسب ما صُودر به فى هذه المقالة اِذْ كان هذا مِن الاشياءِ الاول وان لم يكن خط اب عمودًا على خط دج فانا نخرج مِن نقطة ب خطًا يكون عمودًا على خط دج كما بيّنّا ببرهان يا مِن ا وليكن خط به فزاويتا هبج هبد قائمتان وهما مساويتان للثلث الزوايا اعنى زوايا ابج ابه هبد لان زاوية هبج القائمة مثل مجموع زاويتى ابج ابه وايضًا فانّ مجموع زاويتى ابد وابج مثل مجموع الثلث زاويا اعنى زوايا دبه هبا ابج لان زاوية ابد المنفرجة مساوية لمجموع زاويتى ابه هبد والمساوية لشى واحد فهى متساوية اعنى ان زاويتى هبج هبد القائمتين مثل مجموع الثلث زوايا التى ذكرناها فمجموع زاويتى ابج وابد مساو لمجموع زاويتى هبج هبد القائمتين فقد تبيّن ان كل خط مستقيم يقوم على خط اخر مستقيم فان الزاويتين اللتين 10 u.

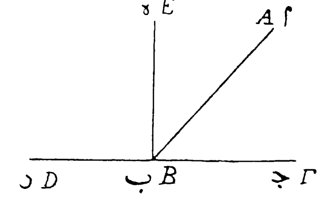
trianguli ZHG aequale est, et HG commune sumimus. Itaque duo latera EH, HG duobus lateribus ZH, HG aequalia sunt, alterum alteri; et basis GE basi GZ aequalis est, quia e centro ductae sunt. Itaque ex eo, quod in I, 8 demonstrauimus, erit $\angle EHG = \angle GHZ$. Et recta super rectam erecta est, et duo anguli ad utramque partem rectae positi inter se aequales sunt; uterque igitur rectus est, et linea recta, quae perpendicularis adpellatur, ad lineam perpendicularis est, super quam erecta est. Itaque linea GH ad lineam AB perpendicularis est. Ergo a puncto G dato ad lineam AB, cuius magnitudo ignota est, lineam GH perpendicularem duximus. Q. n. e. d.

Propositio decima tertia libri primi.

Si recta super rectam erecta est, duo anguli, qui ad utramque partem lineae rectae positi sunt, aut recti aut duobus rectis aequales sunt.

Exemplificatio. Linea AB super lineam DG erecta est. Dico, duos angulos ABG, ABD ad utramque partem lineae AB positos duos rectos esse aut duobus rectis aequales.

Demonstratio. Si linea AB perpendicularis est ad lineam GD, duo anguli ABG, ABD duo recti sunt ex eo, quod huic libro praemissum est, quum ad principia pertineat. Iam si linea AB ad lineam DG perpendicularis non est, a puncto B lineam ad lineam DG perpendicularem ducamus, ita ut in I, 11 demonstrauimus, quae sit linea BE, ita ut anguli EBG, EBD duo recti sint. Ji autem tribus angulis ABG, ABE, EBD aequales sunt, quia angulus rectus EBG summae angulorum ABG ABE aequalis est. Rursus summa angulorum ABD, ABG summae trium angulorum, DBE, EBA, ABG aequalis est, quia angulus obtusus ABD summae duorum angulorum ABE, EBD aequalis est. Uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; scilicet duo anguli recti EBG, EBD



عن جنبتى الخط القائم قائمتان او معادلتان لزاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى ∴

اذا خرج مِن نقطة فى خطٍ خطان (ع) فى جهتين مختلفتين فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط المخرج مِنهُ معادلتين لزاويتين قائمتين فان الخطين المخرجين قد(ط)اتّصلا على استقامةٍ وصارا خطًا واحدًا مثاله انه قد خرج مِن نقطة ب مِن خط اب خطا بج بد فى جهتين مختلفتين وصارت زاويتا جبا ابد معادلتين لزاويتين قائمتين فاقول ان خطى بج بد قد اتّصلا على استقامةٍ فصارا خطًا واحدًا برهانه انه لا يُمكن الا ذلك فان امكن ان نتصل بنقطة ب خطًا اخر غير بد ويصيرا جميعًا خطًا واحدًا مستقيما فليكن ذلك الخط خط به فان امكن ان يكون خط به قد اتّصل بخط بج على استقامةٍ وخط اب قائم على خط جبه فالزاويتان اللتان عن جنبتى خط اب معادلتان لزاويتين قائمتين اعنى مجموع زاويتى ابج ابه كما بيّن ببرهان يج مِن ا وقد كانت زاويتا ابج ابد معادلتين لقائمتين فمجموع زاويتى ابج ابه مساوٍ لمجموع زاويتى ابج ابد فنُسقِط زاوية ابج المشتركة فتبقى زاوية ابد العظمى مساوية لزاوية ابه الصغرى هذا خلف غير ممكن فقد تبيّن انه غير ممكن ان يتصل بخط بج خطٌ اخر فيصير[ا] معَهُ خطًا واحدًا مستقيما غير خط بد وذلك ما اردنا ان نبيّن ع زيادة وقد يبرهن ببرهان آخر على سبيل التوسّع والارتياض فلننزل انه قد خرج من نقطة ب مِن خط اب

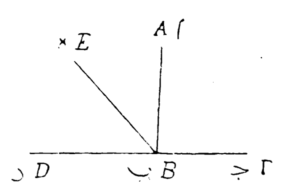
summae trium angulorum, quos commemorauimus, aequales sunt, et summa angulorum ABG, ABD aequalis est summae angulorum EBG, EBD, qui duo recti sunt. Ergo demonstrauimus, si recta super rectam erecta sit, duos angulos ad utramque partem rectae positos duos rectos esse aut duobus rectis aequales. Q. n. e. d.

Propositio quarta decima libri primi.

Si a puncto lineae ad partes diuersas duae lineae ita ducuntur, ut anguli ad utramque partem lineae ductae positi duobus rectis aequales sint, lineae ductae in directum coniunguntur et unam lineam [rectam] efficiunt.

Exemplificatio. Nam a puncto B lineae AB duae lineae BG, BD ad partes diuersas ductae sunt ita, ut duo anguli GBA, ABD duobus rectis aequales fiant. Dico, duas lineas BG, BD in directum coniungi et unam lineam efficere.

Demonstratio. Hoc solum fieri potest. Si enim fieri potest, ut ad punctum B aliam lineam ac BD ita constituamus, ut duae lineae coniunctae una recta linea fiant, sit haec linea BE. Iam si fieri potest, ut linea BE cum linea BG in directum coniungatur, quoniam linea AB super lineam GBE erecta est, anguli ad utramque partem lineae AB positi, $ABG + ABE$, duobus rectis aequales erunt, ita ut in I, 13 demonstratum est. Sed anguli ABG, ABD duobus rectis aequales sunt. Itaque summa angulorum ABG, ABE summae angulorum ABG, ABD aequalis est. Jam angulum ABG communem auferimus, ita ut relinquatur angulus ABD maior aequalis angulo ABE minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo demonstratum est, fieri non posse, ut cum linea BG alia linea ac linea BD ita coniungatur, ut cum ea conjuncta una recta fiat. Q. n. e. d.



Addendum: Hoc alia quoque ratione demonstrari potest,

خطا بج بد وصارت زاويتا ابج ابد معادلتين لقائمتين فاقول
انهما قد اتّصلا على استقامَةٍ فصارا خطًّا واحدًا برهانه انه ممكن
ان نُخرج مِن نقطة ب التى نهاية مشتركة لخطى جب بد خطًّا
يكون عمودًا على نهايتيهما لانه ان كان عمودًا على احدهما
دون الاخر فان زاويتى ابج وابد لا تكونان معادلتين لقائمتين
وليكن خط به ونفرض خطا اخر عليه زح ونُعلم أعليه علامة
ط ونُخرج مِن نقطة ط خط طل (طك .s) عمودًا على خط زح فمِن
البيّن ان زاوية زطك مساوية لزاوية دبه فاذا ركّبنا زاوية زطك
على زاوية جبه بان نضع نقطة ط على نقطة ب ونُركّب خط طز 11 r.
على خط بج وخط طك على خط به ونُركّب ايضا زاوية
كطح على زاوية هبد لانهما ايضا متساويتان ونُركب خط طح
على خط بد فيتركب اذن خط زطح باسرهِ على خط جبد
لكن خط زطح خط واحد مستقيم فخط جبد ايضا خط واحد
مستقيم وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس عشر مِن المقالة الاولى

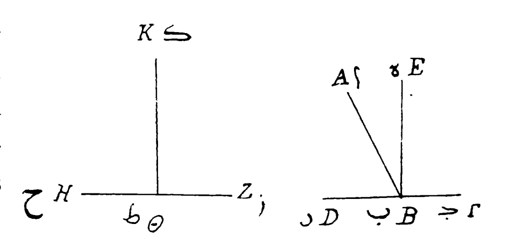
كل خطين (ع) مستقيمين يتقاطعان (فكل زاوية تحدث مِن
تقاطُعهما مساويةٌ للتّى تُقابلُها [1]) فانّ كل زاويتين تتقابلان
متساويتان (ط) والزوايا الاربع معادلة (ط) لاربع زوايا قائمة مثاله ان
خطى اب جد يقاطعا على نقطة ه فاقول ان زاوية اهج مساوية لزاوية
بهد وزاوية اهد مساوية لزاوية جهب والزوايا الاربع اهج جهب بهد

[1]) In margine atramento rubro addita sunt uerba uncis inclusa.

quae universalius et directius quaerit.

Supponamus, a puncto B lineae AB duas lineas BG, BD ductas esse, et angulos ABG, ABD duobus rectis aequales esse. Dico, illas in directum coniungi ita, ut fiant linea una.

Demonstratio: Fieri potest, ut a puncto B, quod terminus communis linearum GB, BD est, lineam ad terminos earum perpendicularem ducamus. Si enim ad alteram perpendicularis erit, ad alteram uero non perpendicularis, duo anguli ABG, ABD duobus rectis aequales non erunt. Sit linea BE. Aliam lineam ZH ponamus, in qua punctum Θ sumimus, et a puncto Θ lineam ΘL (scr. ΘK) ad lineam ZH perpendicularem sumimus. Manifestum est, angulum $Z\Theta K$ angulo DBE (scr. GBE) aequalem esse. Iam si angulum $Z\Theta K$ ad angulum GBE adplicuerimus, puncto Θ in puncto B posito et linea ΘZ ad lineam BG, linea ΘK ad lineam BE adplicatis, et eodem modo angulum $K\Theta H$ ad angulum EBD adplicuerimus, quoniam ei quoque inter se aequales sunt, et lineam ΘH ad lineam BD adplicuerimus, etiam tota linea $Z\Theta H$ cum linea GBD congruet. Sed linea $Z\Theta H$ una linea recta est. Ergo etiam linea GBD una linea recta est. Q. n. e. d.*)



Propositio quinta decima libri primi.

Si duae rectae inter se secant (quiuis angulus ad punctum sectionis earum positus aequalis est ei, qui ad uerticem positus est)[1]), duo anguli ad uerticem positi inter se aequales sunt, et anguli quattur quattuor rectis aequales sunt**).

Exemplificatio. Duae lineae AB, GD inter se secant in puncto E. Dico, esse $\angle AEG = \angle BED$, et $\angle AED = \angle$

*) Hae ambages Arabibus relinquendae.
**) Corollarium igitur cum propositione ipsa statim coniunctum est contra codices Graecos.

دها معادلاتٌ لاربع زوايا قائمة بُرهانه ان خط اه قائم على خط جد فببرهان يج مِن ا تكون زاويتا اهج اهد معادلتين لقائمتين وايضا خط جه قائم على خط اب فزاويتا اهج جهب معادلتان لزاويتين قائمتين فننقص زاوية اهج المشتركة فتبقى زاوية اهد مساوية لزاوية جهب وايضا فان خط جه قائم على خط اب فزاويتا اهج جهب معادلتان لزاويتين قائمتين فنسقط زاوية جهب المشتركة فتبقى زاوية اهج مساوية لزاوية بهد فقد تبيّن ان الزوايا المتقابلة متساويةٌ وقد تبيّن ايضا مما وصفنا ان الزوايا الاربع معادلة لاربع زوايا قائمة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

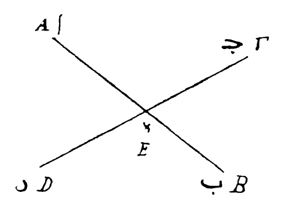
الشكل السادس عشر مِن المقالة الاولى

كل مثلث يُخرج ضلعٌ مِن احدى زواياهُ ضلعٌ مِن اضلاعه فان الزاوية الخارجة اعظمُ مِن كل واحدة مِن الداخلتين اللتين تُقابلانها (الزاويتين الاخرين[1]) مثاله ان مثلث ابج قد اُخرج ضلعٌ مِن اضلاعه على استقامة وهو ضلع بج الى نقطة د فاقول انّ زاوية اجد الخارجة اعظمُ مِن كل واحدة مِن زاويتى ابج باج برهانه انا نقسم ضلع اج بنصفين على نقطة ه كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخرج خط بهز ونجعل خط هز مثل خط به ونخرج خط جز فضلع اه مِن مثلث هاب مساوٍ لضلع هج مِن مثلث هجز وضلع هب مثل ضلع هز وزاوية اهب مساوية لزاوية جهز وذلك بين مِن برهان يه مِن ا وممّا تبيّن مِن برهان د مِن ا تكون زاوية باه مساوية لزاوية هجز فان زدنا عليها زاوية دجز صارت زاوية

[1]) Atramento rubro supra scriptum.

GEB, et quattuor angulos *AEG*, *GEB*, *BED*, *DEA* quattuor rectis aequales esse.

Demonstratio. Quoniam linea *AE* super lineam *GD* erecta est, ex I, 13 duo anguli *AEG*, *AED* duobus rectis aequales sunt. Rursus linea *GE* super lineam *AB* erecta est; quare duo anguli *AEG*, *GEB* duobus rectis aequales sunt. Angulum *AEG* communem auferimus; relinquitur igitur $\angle AED = GEB$. Rursus linea *GE**) super lineam *AB* erecta est, quare anguli *AEG*, *GEB* duobus rectis aequales sunt. Angulum *GEB* communem auferimus; relinquitur igitur $\angle AEG = \angle BED$. Ergo demonstratum est, angulos ad uerticem positos inter se aequales esse. Et ex eo, quod explicauimus, hoc quoque sequitur, quattuor angulos quattuor rectis aequales esse. Q. n. e. d.



Propositio sexta decima libri primi.

In quouis triangulo latere aliquo ab aliquo angulo eius producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore opposito [1]) maior est.

Exemplificatio. Latus aliquod trianguli *ABG* uelut *BG* in directum productum est ad punctum *D*. Dico, angulum *AGD* extrinsecus positum utrouis angulo *ABG*, *BAG* maiorem esse.

Demonstratio. Latus *AG* in duas partes [aequales] in puncto *E* secamus, ita ut in I, 10 demonstratum est, et lineam *BEZ* ducimus. Linea *EZ* lineae *BE* aequali posita lineam *GZ* ducimus. Itaque latus *AE* trianguli *EAB* lateri *EG* trianguli *EGZ* aequale est, et $EB = EZ$, et $\angle AEB = \angle GEZ$ (hoc enim in I, 15 demonstratum est). Itaque ex eo, quod in I, 4 demonstratum est, $\angle BAE = \angle EGZ$. Addito angulo *DGZ* totus angulus

---

[1]) Supra scr. alia forma horum uocabulorum: duobus reliquis angulis.
*) Debuit esse *DE*; et similiter in sequentibus litteris erratum est.

اجد باسرها اعظمُ مِن زاوية جاب وايضا تبيّن انها اعظم مِن زاوية جبا انّا نُخرِجُ خط اج الى نقطة ح ونقسم ضلع بج بنصفين على نقطة ك كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخرج كل ونجعله مثل اك ونخرج لج فبمثل هذا البرهان المتقدّم وبذلك الاستشهاد يتبيّن ان زاوية بجح مساوية لزاوية اجد كما بيّن ببرهان يه مِن ا فزاوية اجد اذًا اعظم مِن زاوية ابج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

11 u.

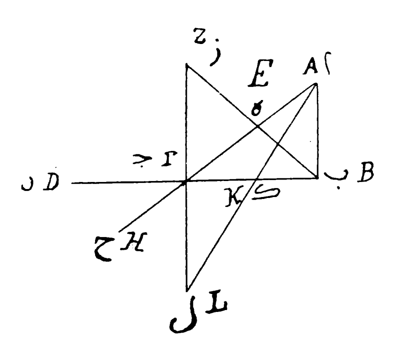
الشكل السابع عشر من المقالة الاولى

كل مثلث فان مجموع كل زاويتين مِن زواياهُ اصغَر[1] مِن زاويتين قائمتين مثاله مثلث ابج فاقول ان مجموع زاويتى ابج باج اصغر مِن زاويتين قائمتين ومجموع زاويتى ابج بجا اصغر مِن قائمتين ومجموع زاويتى باج اجب اصغر مِن قائمتين برهانه انا نُخرج خط بج على استقامة الى نقطة د فبما بيّن ببرهان يو تكون زاوية اجد الخارجة اعظم مِن ابج وناخذ زاوية اجب مشتركة فمجموع زاويتى اجد اجب اعظم مِن مجموع زاويتى اجب ابج لكن بما بيّنّا مِن برهان يج مِن ا يكون مجموع زاويتى اجد اجب مساويًا لمجوع زاويتين قائمتين وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبيّن ان مجموع زاويتى باج اجب اصغرُ مِن مجموع قائمتين واما انّ مجموع زاويتى ابج باج اصغرُ مِن مجموع زاويتين قائمتين فانّا نُخرج خط اب الى علامة ه ونبيّن كما بيّنّا قبلُ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1]) Atr. rubro suprascr. انقص

AGD angulo GAB maior est. Sed etiam demonstrari potest*), eum angulo GBA maiorem esse. Lineam enim AG ad punctum H producimus et latus BG in puncto K in duas partes [aequales] secamus, ita ut i I, 10 demonstratum est. Lineam KL ductam lineae AK aequalem ponimus et LG ducimus. Iam ex demonstratione antecedente et eadem demonstrandi ratione demonstramus esse [$\angle BGH > ABG$. Uerum**)] $\angle BGH = \angle AGD$, ut in I, 15 demonstratum est. Ergo etiam angulus AGD angulo ABG maior fit. Q. n. e. d.

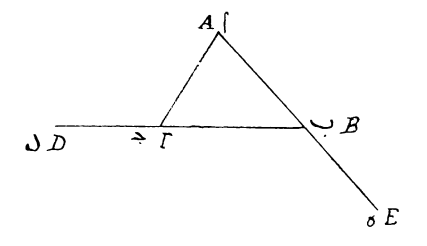


Propositio septima decima libri primi.

In quouis triangulo summa duorum angulorum eius duobus rectis minor[1]) est.

Exemplificatio. Sit triangulus ABG. Dico, summam duorum angulorum ABG, BAG duobus rectis minorem esse, et summam duorum angulorum ABG, BGA duobus rectis minorem esse, et summam duorum angulorum BAG, AGB duobus rectis minorem esse.

Demonstratio. Lineam BG in directum ad punctum D producimus. Ex eo, quod in [I,] 16 demonstratum est, angulus AGD extrinsecus positus maior est [angulo] ABG. Angulum AGB communem adsumimus: erit igitur summa duorum angulorum AGD, AGB maior summa duorum angulorum AGB, ABG. Sed ex eo, quod in I, 13 demonstrauimus, summa duorum angulorum AGD,



*) Hanc demonstrationem significauit tantum Euclides I p. 44, 2 sq.
**) Haec saltim, fortasse plura, addenda.

الشكل الثامن عشر من المقالة الاولى

الضلع الاطول من كل مثلث يوتّر الزاوية العُظمى مثاله ان ضلع اب من مثلث ابج اطولُ من ضلع اج فاقول ان زاوية اجب اعظمُ من زاوية ابج برهانه انا نفصل من ضلع اب الاعظم مثل ضلع اج الاصغر كما بيّنّا ذلك بشكل ج من ا وليكن خط اد ونصل جد فساق اج مثل ساق اد من مثلث اجد فمما بيّنّا ببرهان ه تكون زاوية اجد مثل زاوية ادج ولان زاوية ادج خارجة من مثلث بدج فبحسب برهان يو من ا تكون زاوية ادج اعظم من زاويه جبد فزاوية اجب اذن اعظمُ من زاوية ابج بكثيرٍ فقد تبيّن ان الضلع الاعظم وهو اب يوتّر الزاوية العُظمى وهى زاوية اجب وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل التاسع عشر من المقالة الاولى[1]

الزاوية العُظمى من كلّ مثلث يوتّرها الضلعُ الاطول مثاله ان زاوية اجب من مثلث ابج اعظُم من زاوية ابج فاقول ان ضلع اب اعظم من ضلع اج برهانه ان امكن ان تكون زاوية اجب اعظمُ من زاوية ابج ولا يكون ضلع اب اعظم من ضلع اج فانّهُ اذن إمّا ان يكون مساويًا لهُ او اصغرَ منه فان كان ضلع اب مساويًا لضلع اج فقد بيّنّا ببرهان ه انه تكون زاوية اجب مساوية لزاوية ابج لكن فُرضت اعظم منها فهذا خلف لا يمكن وان

---

[1]) In margine legitur: اعكس الثامن عشر والمعطى هنا هو المطلوب ثمّ والمطلوب هاهنا هو المعطى ثمّ Inuersio propositionis duodeuicesimae. Quod hic datum est, ibi quaeritur, et quod hic quaeritur, ibi datum est.

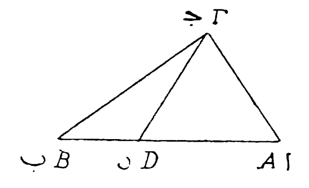
AGB summae duorum rectorum aequalis est. Similiter eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabimus, summam duorum angulorum BAG, AGB summa duorum rectorum minorem esse. Praeterea dicimus, summam duorum angulorum ABG, BAG summa duorum rectorum minorem esse. Linea AB ad punctum E producta hoc eodem modo, quo antea, demonstrabimus. Q. n. e. d.

Propositio duodeuicesima libri primi.

Latus longius cuiusuis trianguli sub angulo maiore subtendit.

Exemplificatio. Latus AB trianguli ABG longius est latere AG. Dico, angulum AGB angulo ABG maiorem esse.

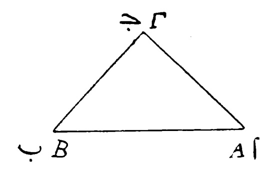
Demonstratio. A latere AB maiore [lineam] lateri AG minori aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 explicauimus, quae sit linea AD. Ducta igitur [recta] GD trianguli AGD latus AG lateri AD aequale est. Itaque ex eo, quod in [I,] 5 demonstrauimus erit $\angle AGD = \angle ADG$. Et quoniam in triangulo BDG angulus ADG extrinsecus positus est, ex I, 16 angulus ADG maior est angulo GBD. Ergo $\angle AGB$ multo magis maior est angulo ABG (scr. GBD). Itaque demonstratum est, latus maius AB sub angulo maiore AGB subtendere. Q. n. e. d.



Propositio undeuicesima libri primi [1]).

In quouis triangulo sub maiore angulo longius latus subtendit.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus AGB angulo ABG maior est. Dico, latus AB latere AG maius esse.



Demonstratio. Si fieri potest, ut, quum angulus AGB maior sit angulo ABG, latus AB latere AG maius non sit, concedendum est, hoc illi aut aequale esse aut minus. Uerum si latus AB lateri AG aequale est, iam in [I,] 5 demonstrauimus, angulum AGB angulo ABG aequalem esse. Supposuimus autem, eum illo maiorem esse; quod absurdum est neque fieri potest.

كان ضلع اب اصغر مِن ضلع اج فببرهان يح مِن ا تكون زاوية
اجب اصغر مِن زاوية ابج لكن فُرضت على انّها اعظم منها وهذا
ايضا خلف لا يُمكن فقد تبيّن ان الزاوية العظمى مِن كل
مثلث يوتّرها الضلع الاطول وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ زيادة
برهان هذا الشكل على غير طريق الخلف لايرن توطّى لذلك اوّلاً
هذه المقدمة مثلث ابج اذا قسمت زاوية باج منه بنصفين 12 r.
بخط اد فكان جد اطولَ مِن دب فاقول ان جا اطولُ مِن اب
فلنُخرج ده على استقامة اد ومساويًا لهُ ونفصِل دز مثل دب كما
بيّن ببرهان[1] ج مِن ا ونصِل هز ونخرجهُ الى ح ونصل از فخطا
اد دز مثل خطى هد دب وزاويتا ادب زده المتقابلتان متساويتان
فببرهان د مِن ا تكون قاعدة اب مساوية لقاعدة هز وزاوية باد
مثل زاوية جاد لان زاوية جاب قسمناها بنصفين بخط اد وقد كان
يبيّن ان زاوية باد مثل زاوية حهد فلا مُحالة ان زاوية حاه مثل
زاوية حها فببرهان و مِن ا يكون اح مثل حه فخط اج اطولُ مِن
خط هح وخط هح اطول مِن هز وخط هز مثل اب فخط حه اطول
مِن اب لكن اج اطول مِن حه فخط اج اطول مِن اب بكثير
ثمّ نقول اذا كان مثلث ابج زاويته التى مِن ابج اعظم مِن
زاويته التى مِن اجب فاقول ان ضلع اج اعظمُ مِن ضلع اب فلنقسم
ضلع بج بنصفين على نقطة د كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخرج
خط اد ونُخرجُه الى نقطة ه وليكن ده مثل اد ونُخرج خط به
فضلعا بد ده مساويان لضلعَى جد دا وزاوية دبه مساوية لزاوية
اجد فزاوية ابج اذن اعظمُ مِن زاوية دبه ونقسم زاوية ابه

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS I FASCICULUS II.



HAUNIAE MDCCCXCVII.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

(F. HEGEL ET FIL.).

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

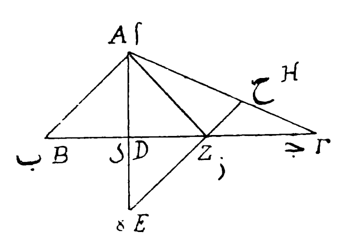
Ut hic fasciculus multo tardius, quam uellem, primum sequeretur, inter alia effecit difficultas Arabica typis describendi; quod ne in reliquis fasciculis moram faciat, iam procuratum est.

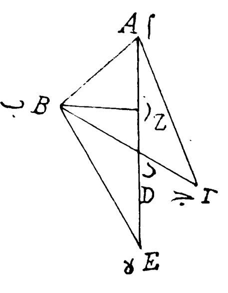
R. BESTHORN.

Sin autem latus AB latere AG minus est, ex I, 18 angulus AGB angulo ABG minor est. Supposuimus autem, eum maiorem esse. Quare hoc quoque absurdum est neque fieri potest. Ergo demonstratum est, in quouis triangulo sub angulo maiore longius latus subtendere. Q. n. e. d.

A d d i t a m e n t u m. Demonstratio*) huius propositionis ab Herone proposita, qui alia utitur ratione sine reductione in absurdum; quae hoc praemisso**) facilior fit:

Si in triangulo ABG angulus BAG linea AD in duas partes [aequales] diuiditur ita, ut GD longior sit quam DB, dico, GA longiorem esse quam AB. Ducamus DE in directum [rectae] AD eique aequalem. Iam abscisa DZ [rectae] DB aequali, ita ut in I, 3 demonstrauimus, ductaque EZ, eam ad H producimus. Iam AZ***) ita ducimus, ut duae lineae AD, DZ duabus lineis ED, DB aequales sint. Uerum anguli ADB, ZDE ad uerticem positi inter se aequales sunt. Itaque ex I, 4 basis AB basi EZ aequalis est. Et $\angle BAD = \angle GAD$, quoniam angulum GAB linea AD in duas partes [aequales] diuidimus. Demonstrauimus autem, esse $\angle BAD = \angle HED$, ita ut fieri non possit, ut angulus HAE non sit angulo HEA aequalis. Itaque ex I, 6 $AH = HE$, ita ut linea AG longior sit linea EH. Et linea EH longior est quam EZ, et $EZ = AB$. Itaque linea HE longior est quam AB. Sed AG longior est quam HE. Ergo linea AG multo longior est quam AB.





Deinde dicimus†): Si in triangulo ABG angulus ABG maior est angulo AGB, dico,

*) Proclus p. 319, 2 sq., ubi Heronis nulla fit mentio.
**) Est λημμάτιον Procli p. 319, 3 sq.
***) Hac recta opus non est, nec apud Proclum ducitur.
†) Sequitur demonstratio ipsa, ut apud Proclum p. 320, 6 seq.

بنصفين بخط بز كما بيّن ببرهان ط مِن ا فخط زه اعظم مِن
خط زا لانّ زاوية ابج كما بيّنّا اعظم مِن زاوية دبه فمِن اجل
ذلك وقعت نقطة ز بين نقطتى اد فمِن اجل ذلك يكون خط هز
اطول مِن خط زا فبحسب برهان الشكل الذى وطّى لهذا
الشكل يكون ضلع به اعظم مِن ضلع اب لكن ضلع به مثل
ضلع اج فضلع اج اعظم مِن ضلع اب وذلك ما اردنا ان نبيّن .

الشكل العشرون مِن المقالة الاولى

كل مثلث (ع) فان كلّ ضلعين مِن اضلاعه مجموعين كخط واحد
(ط) اعظم[1] مِن الضلع[2] الثالث مثاله مثلث ابج فاقول ان مجموع
ضلعَى اب بج كخط واحد اعظم مِن ضلع اج وان مجموع ضلع (ضلعى .scr)
اب اج كخط واحد اعظم مِن ضلع بج وان مجموع ضلعى اج جب
كخط واحد اعظم مِن ضلع اب بُرهانه ان الاضلاع الثلثة ان كانت
متساوية فظاهر ان ضلعين منها اذا جُمعَا كخط واحد اعظم مِن
الضلع الثالث وان كانت مختلفة فلنُنزل ان احدَها اعظمُها
ونُبيّن ان الباقيين اذا جُمعا كخط واحد كان اعظمَ مِنْهُ وليكن
اعظمها ضلع بج ونخرج خط اب على الاستقامة الى نقطة د ونفرض
اد مثل اج ونخرج خط جد فلان مثلث اجد متساوى الساقيين
ساق اج مثل ساق اد فببرهان ه مِن ا تكون زاوية اجد مثل
زاوية ادج فاذا زدنا عليها زاوية اجب تكون زاوية بجد باسرها
اعظم مِن زاوية بدج فمثلث بجد زاوية بجد [منه] اعظم

---

[1]) Atramento rubro supra scriptum اطول (longiora).

[2]) Atr. rub. additum est uerbum الضلع

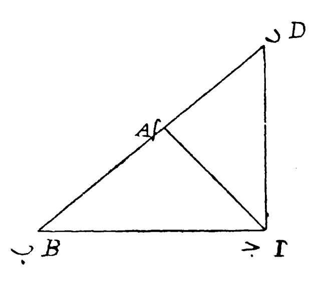
latus AG latere AB maius esse. Latus BG in puncto D in duas partes secemus, ita ut in I, 10 demonstrauimus. Lineam AD ductam ad punctum E producimus, et sit $DE=AD$. Deinde lineam BE ita ducimus, ut duo latera BD, DE aequalia sint lateribus GD, DA, et angulus DBE angulo AGD aequalis fiat. Itaque angulus ABG maior est angulo DBE. Iam angulum ABE linea BZ in duas partes secamus, ita ut in I, 9 demonstratum est. Linea ZE igitur linea ZA maior est, quia angulus ABG, ita ut demonstrauimus, angulo DBE maior est. Unde manifestum est, punctum Z inter puncta A, D cadere et ea de causa lineam EZ longiorem esse linea ZA. Iam ex demonstratione propositioni huic praemissa latus BE latere AB maius est. Uerum latus BE lateri AG aequale est. Ergo latus AG latere AB maius est. Q. n. e. d.

Propositio uicesima libri primi.

In quouis triangulo duo latera coniuncta, ita ut una linea fiant, tertio latere maiora sunt.

Exemplificatio. Sit triangulus ABG. Dico, et summam duorum laterum AB, BG in directum coniunctorum maiorem esse latere AG, et summam duorum laterum AB, AG in directum coniunctorum maiorem latere BG, et summam duorum laterum AG, GB coniunctorum maiorem latere AB.

Demonstratio. Si tria latera inter se aequalia sunt, manifestum est, duo eorum in directum coniuncta latere tertio maiora esse. Sin autem inaequalia sunt, supponamus, unum eorum maximum esse, et demonstrabimus, duo reliqua in directum coniuncta eo maiora esse. Sit maximum eorum latus BG. Lineam AB in directum producimus ad punctum D et AD [rectae] AG aequalem sumimus et

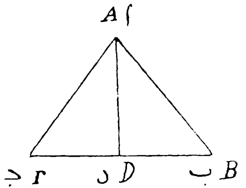


lineam GD ducimus. Quoniam triangulus AGD aequicrurius est, et crus AG cruri AD aequale, ex I, 5 erit $\angle AGD = \angle ADG$. Si illi angulum AGB addiderimus, totus angulus BGD angulo BDG

من زاوية بدج فببرهان يط من ا ضلع بد اعظم من ضلع بج
لكن ضلع بد هو مساو لمجموع ضلعَى با اج فقد تبيّن ان كل
مثلث فان ضلعين من اضلاعه مجموعين كخط واحد اعظم من
الضلع الثالث وذلك ما اردنا ان نبيّن برهان[1] اخر لهذا الشكل 12 u.
فليكن مثلث ابج فاقول ان مجموع ضلعَى اب اج اعظم من
ضلع بج على ان ضلع بج اعظم من كل واحد من ضلعى اب
اج برهانه انا نقسم زاوية باج بنصفين بخط اد كما بيّن ببرهان
ط من ا فمثلث ابد زاويته الخارجة اعنى زاوية ادج اعظم من
زاوية باد التى هى مساوية لزاوية جاد وذلك بيّن ببرهان يو من
ا فمثلث ادج زاوية ادج منه اعظم من زاوية جاد فببرهان يط من
ا يكون ضلع اج اعظم من ضلع جد وبمثل هذا البرهان يتبيّن
ان ضلع اب اعظم من ضلع دب فمجموع ضلعَى اب اج اذن اعظم
من ضلع بج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ برهان اخر زيادة فليكن
مثلث ابج وضلع بج اطول الاضلاع ونفصل بد مثل اب كما
بيّن ببرهان ج من ا فبما بيّن ببرهان ه من ا تكون زاوية باد
مثل زاوية بدا وبما بيّنا ببرهان يو من ا تكون زاوية بدا اعظم
من زاوية داج وكذلك زاوية جدا اعظم من زاوية داب فالزاويتان
اللتان عند نقطة د عن جنبتى خط اد اذا جُمعتا اعظم من زاوية
باج وحدَها وقد تبيّن ان زاوية بدا مثل زاوية باد فتبقى
زاوية ادج اعظم من زاوية جاد فضلع جا اعظم من ضلع جد وبد
مثل اب فمجموع ضلعى اب اج اعظم من ضلع بج وذلك ما اردنا

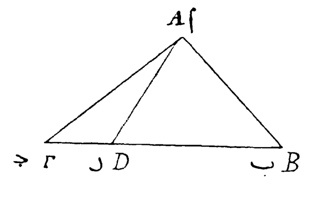
[1] Supra scriptum: زيادة: addenda.

maior erit. In triangulo igitur *BGD* angulus *BGD* angulo *BDG* maior est; itaque ex I, 19 latus *BD* maius est latere *BG*. Sed latus *BD* aequale est summae duorum laterum *BA*, *AG*. Ergo demonstratum est, in quouis triangulo duo latera ita coniuncta, ut una linea fiant, tertio latere maiora esse. Q. n. e. d.



Alia demonstratio*) huius propositionis. Sit triangulus *ABG*. Dico, summam duorum laterum *AB*, *AG* maiorem esse latere *BG*, ubi latus *BG* utrouis laterum *AB*, *AG* maius sit.

Demonstratio. Angulum *BAG* in duas partes [aequales] diuidimus linea *AD*, ita ut in I, 9 demonstratum est. In triangulo *ABD* igitur angulus extrinsecus positus *ADG* maior est angulo *BAD*, qui aequalis est angulo *GAD*; hoc enim in I, 16 demonstratum est. Et in triangulo *ADG* angulus *ADG* maior est angulo *GAD*. Ergo ex I, 19 latus *AG* latere *GD* maius est. Et eodem modo, quo in hac demonstratione, demonstratur, latus *AB* latere *DB* maius esse. Ergo summa duorum laterum *AB*, *AG* maior est latere *BG*. Q. n. e. d.



Alia demonstratio**) addenda. Sit triangulus *ABG*, et latus *BG* sit maximum. *BD* [rectae] *AB* aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est. Itaque ex eo, quod in I, 5 demonstratum est, erit $\angle BAD = \angle BDA$. Sed ex eo, quod in I, 16 demonstrauimus, angulus *BDA* angulo *DAG* maior est; et eodem modo angulus *GDA* angulo *DAB* maior est, ita ut duo anguli, qui ad punctum *D* in utraque parte lineae *AD* positi sunt, coniuncti angulo *BAG* solo maiores sint. Sed iam demonstratum est, angulum *BDA* aequalem esse angulo *BAD*; itaque relinquitur angulus *ADG* angulo *GAD* maior, et latus *GA*

*) Heronis apud Proclum p. 323, 6 sq.
**) Eiusdem Heronis apud Proclum p. 324, 3 sq.

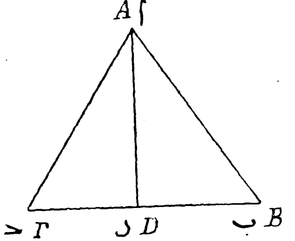
ان نبيّن ∴ وايضا زيادة فى هذا الشكل ان قال قائل انه يُمكن
ان يكون مثلث ضلعان مِن اضلاعه مساويان للضلع الباقى
فلْننزِل مثلث ابج وننزل ان مجموع ضلعَى اب اج مساوٍ لضلع
بج فنفصل بد مثل اب كما بيّن ببرهان ج مِن ا فيبقى دج
مثل جا ونخرج خط اد فلان ضلع بد مثل ضلع با فان زاوية
ادب مساوية لزاوية داب بحسب برهان ه مِن ا وبمثل هذا البرهان
يتبيّن ان زاوية داج مساوية لزاوية جدا لكن الزاويتين اللتين
عند نقطة د عن جنبتى خط اد معادلتان لقائمتين وذلك بيّن
بحسب برهان يج مِن ا وهما مساويتان لزاوية باج وهذا محالٌ لا
يُمكن مِن اجل ان خط دا قام على نقطة ا على فصل خطى با
اج فصيّر زاويتى باد داج معادلتين لقائمتين فبحسب برهان يد
مِن ا يجب ان يكون خطا با اج قد اتّصلا على استقامة وصارا خطًّا
واحدًا مستقيما فخطا با اج اذن خط واحد مستقيم فمثلث باج
يحيط به خطان مستقيمان هذا خلف غير ممكن وذلك ما اردنا
ان نبيّن ∴ وايضا زيادة فى هذا الشكل ثم ننزل ايضا ان ضلعى
اب اج مجموعين اصغر مِن ضلع بج ونفصل بد مثل با وجه مثل
اج فببرهان ه تكون زاويتا بد[ا] باد مساويتين وكذلك زاويتا
جها جاه متساويتان لكن زاوية ادب اعظم مِن زاوية داج وزاوية
داج اعظم مِن زاوية جاه فزاوية ادب اذن اعظم مِن زاوية جاه

---

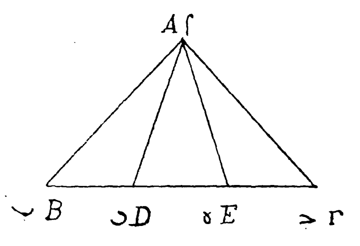
*) Proclus p. 325, 3 sq.
**) Causam addidit Arabs ipse per ambages inutiles, ut solet.
***) Est pars secunda demonstrationis proxime praecedentis (u. Proclus p. 325, 11 sq.), quam Arabs omisso initio (Proclus p. 325, 1—3) iniuria in duas discidit.

latere GD maius. Sed $BD = AB$. Ergo summa duorum laterum AB, AG maior est latere BG. Q. n. e. d.

Hoc quoque huic propositioni addendum est. Si quis dixerit, fieri posse, ut duo latera trianguli reliquo lateri aequalia sint, ponamus triangulum ABG et supponamus, summam duorum laterum AB, AG lateri BG aequalia esse.*) Abscindimus $BD = AB$, ut in I, 3 demonstratum est, ita ut relinquatur $DG = GA$. Lineam AD ducimus. Iam quoniam latus BD lateri BA aequale est, angulus ADB ex I, 5 aequalis erit angulo DAB. Et eodem modo, quo in hac demonstratione, demonstratur, angulum DAG angulo GDA aequalem esse. Sed duo anguli ad punctum D in utraque parte lineae AD positi duobus rectis aequales sunt, quod ex I, 13 demonstrari potest. Et iidem angulo BAG aequales sunt;**) quod fieri non potest, quia recta DA in puncto A duarum rectarum BA, AG communi erecta est, ita ut duos angulos BAD, DAG duobus rectis aequales efficiat; quare ex I, 14 lineae BA, AG in directum coniunctae sunt unamque efficiunt lineam rectam. Itaque etiam lineae BA, AG una linea recta sunt. Duae igitur rectae lineae triangulum BAG comprehendunt, quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.



Hoc quoque***) addendum est huic propositioni. Supponamus etiam, duo latera AB, AG coniuncta latere BG minora esse. Abscindimus BD [lateri] BA aequalem et GE aequalem [lateri] AG. Itaque ex [I,] 5 duo anguli BDA, BAD aequales sunt, et eodem modo duo anguli GEA, GAE inter se aequales. Sed angulus ADB maior est angulo DAG. Et angulus DAG maior angulo GAE. Itaque angulus ADB multo maior est angulo GAE. Eodem modo demonstratur, angulum AEG multo maiorem esse



كثيرًا وكذلك يتبيّن ان زاوية اهج اعظم مِن زاوية باد كثيرًا فمجموع زاويتى ادب اهج اعظم مِن مجموع زاويتى باد جاه وقد كان مساويًا له وهذا محالٌ ❋

الشكل الحادى والعشرون مِن المقالة الاولى

13 r.

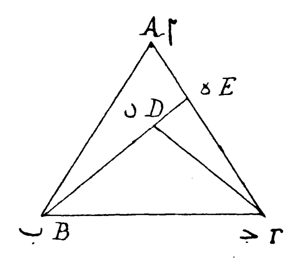
كل مثلث يخرج(ع) مِن طرفى ضلع مِن اضلاعه خطان يلتقى طرفاهما على نقطة فى داخل المثلث فانهما اقصَرُ (ط) مِن ضلعى المثلث الباقيين ولكنهما يحيطان بزاويةٍ اعظم مِن الزاوية التى يحيط بها ضلعا المثلث ∴ مثاله ان مثلث ابج قد خرج مِن طرفى ضلع بج منه خطا بد جد والتقى طرفاهما داخِل المثلث على نقطة د فاقول ان مجموعهما اصغر مِن مجموع ضلعى اب اج وان زاوية بدج اعظم مِن زاوية باج برهانه انّا نخرج خط دب على استقامته الى نقطة ه فمجموع ضلعى با اه اعظم مِن ضلع به ونجعل جه مشتركًا فمجموعُ ضلعى با اج اعظم مِن مجموع ضلعى به هج وذلك بيّن بحسب برهان ك مِن ا وايضا مجموع ضلعى جه هد اعظم مِن ضلع جد ونجعل دب مشتركًا فمجموعُ ضلعَى جه هب اعظم مِن مجموع ضلعى جد دب وذلك بيّن ايضا مِن برهان ك مِن ا فمجموع ضلعى اج اب اذن اعظمُ مِن مجموع ضلعى بد دج كثيرًا وايضا فان زاوية جهد خارجة مِن مثلث ابه فهى اذن اعظم مِن زاوية هاب وذلك بيّن بحسب برهان يو مِن ا وبهذا الاستشهاد تكون زاوية بدج اعظم مِن زاوية جهد فزاوية بدج اذن اعظمُ مِن زاوية باج كثيرًا وذلك ما اردنا ان نبيّن

angulo BAD, ita ut summa duorum angulorum ADB, AEG maior sit summa duorum angulorum BAD, GAE. Sed eadem eis aequalis est. Quod absurdum est.

Propositio XXI libri primi.

Si in quouis triangulo ab terminis alicuius lateris eius duae lineae ducuntur, quarum termini in puncto intra triangulum posito congruunt, breuiores erunt duobus reliquis lateribus trianguli, sed angulus, quem comprehendunt, maior erit angulo, quem duo latera trianguli comprehendunt.

Exemplificatio. In triangulo ABG a terminis lateris eius BG ductae sunt duae lineae BD, GD, quarum termini intra triangulum congruunt in puncto D. Dico, summam earum minorem esse summa duorum laterum AB, AG, et angulum BDG maiorem esse angulo BAG.



Demonstratio. Lineam DB in directum producimus ad punctum E; itaque summa duorum laterum BA, AE maior est latere BE. GE communem adiicimus, summa igitur duorum laterum BA, AG maior est summa duorum laterum BE, EG. Quod ex I, 20 demonstratur. Uerum etiam summa duorum laterum GE, ED maior est latere GD. DB communem adiicimus. Summa igitur duorum laterum GE, EB maior est summa duorum laterum GD, DB. Hoc quoque ex I, 20 demonstratur. Itaque summa duorum laterum AG, AB multo maior est summa duorum laterum BD, DG. Rursus autem angulus GED ad triangulum ABE extrinsecus positus maior est angulo EAB, quod ex I, 16 demonstratur. Eadem ratione angulus BDG angulo GED maior est. Ergo angulus BDG multo maior est angulo BAG. Q. n. e. d.

الشكل الثانى والعشرون مِن المقالة الاولى

نريد ان نُبيّن كيف نعمل (ط) مثلثا من ثلثة (ع) خطوطٍ مفروضةٍ (مساوية لثلثة خطوط معلـ[ومة][1]) على ان كل خطين مِنها مجموعين اعظم[2] مِن الخط الثالث لان سبيل المثلث بحسب برهان ك مِن ا ان يكون كل ضلعين مِن اضلاعه اذا جُمِعا اعظمُ مِن الثالث ∴ مثاله ان خطوط ا ب ج الثلثة مفروضة ونريد ان نبيّن كيف نعمل منها مثلثا على ان مجموع خطى اب لخطٍّ واحدٍ اعظم مِن خط ج ومجموع خطى بج اعظم مِن خط ا ومجموع خطى جا اعظم مِن خط ب فنخط خطا مستقيما غير محدود النهاية وهو خط دط ونفصل دز مساويا لخط ا ونفصل زح مساويا لخط ب ونفصل حط مساويا لخط ج بحسب ما بُيّن ببرهان ج ونجعل نقطة ز مركزًا ونخطّ ببعد زد دائرة دكل ونجعل نقطة ح مركزًا ونخط ببعد حط دائرة طكل ونُخرِجُ مِن نقطة ك خطى كز كح فلانّ نقطة ز مركز لدائرة دكل وقد خرج منها الى المحيط خطا زك زد فخط زك اِذن مثل خط زد لكن خط زد مثل ا فضلع زك مثل ا وايضا فان نقطة ح مركز لدائرة طكل وقد خرج منها الى المحيط خطا حط حك فخط حك اذن مثل خط حط وخط حط فصلناهُ مثل خط ج فضلع كح مساوٍ لخط ج وكُنّا فصلنا زح مثل خط ب فاضلاع مثلث زكح مساوية لخطوط ابج زك مثل ا وكح مثل ج وزح

---

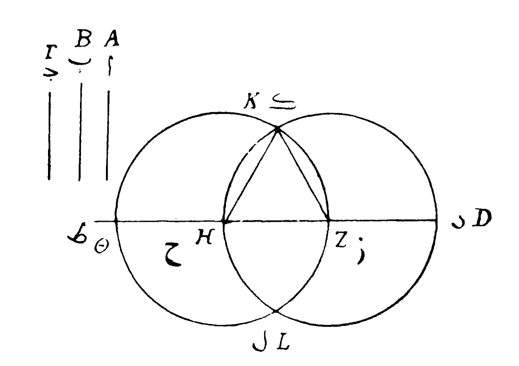
[1] In margine atr. rubro addita.

[2] Atr. rubro supra scriptum: اطول, longiores.

Propositio XXII libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo triangulum constituamus ex tribus lineis datis, quae tribus lineis notis aequales sunt, eius modi, ut duae lineae coniunctae linea tertia maiores sunt, quoniam ratio trianguli ex I, 20 ea est, ut duo latera eius coniuncta semper tertia maiora sunt.

Exemplificatio. Tres lineae A, B, G datae sunt. Demonstrare uolumus, quo modo ex iis triangulum construamus ita, ut summa duarum linearum A, B in directum coniunctarum linea G maior sit, et summa duarum linearum B, G maior linea A, et summa duarum linearum G, A maior linea B.



Lineam rectam ex altera parte interminatam $D\Theta$ ducimus et DZ lineae A, ZH lineae B, $H\Theta$ lineae G aequalem abscindimus ex eo, quod in [I,] 3 demonstratum est.

Et puncto Z centro, distantia autem ZD circulum DKL describimus, puncto H centro, distantia autem $H\Theta$ circulum ΘKL, et a puncto K duas lineas KZ, KH ducimus. Iam quoniam punctum Z centrum est circuli DKL, et duae lineae ZK, ZD ab eo ad ambitum ductae sunt, linea ZK linae ZD aequalis erit. Sed $ZD = A$. Latus ZK igitur [lineae] A aequalis est. Rursus quoniam punctum H centrum est circuli ΘKL, et lineae $H\Theta$, HK ab eo ad ambitum ductae sunt, linea HK lineae $H\Theta$ aequalis erit. Et lineam $H\Theta$ lineae G aequalem abscidimus. Latus KH igitur lineae G aequale est. Et ZH lineae B aequalem abscidimus. Latera trianguli ZKH igitur lineis A, B, G aqualia sunt, $ZK = A$, $KH = G$, $ZH = B$. Ergo ex eo, quod diximus,

مثل ب فقد تبيّن مما وصفنا انا قد عملنا مثلثا مساوية اضلاعه لخطوط ا ب ج المعلومة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث والعشرون مِن المقالة الاولى

13 u نريد ان نبيّن كيف نعمل على نقطة معلومة مِن خطٍ مفروضٍ زاويةً مساويةً لزاويةٍ مفروضةٍ فلننزل ان الخط اب والنقطة المفروضة نقطة ا والزاوية المفروضة زاوية ەدز ونريد ان نبيّن كيف نعمل على نقطة ا زاويةً مثل زاوية ەدز فنُعلِم على خط دە نقطة ح وعلى خط دز نقطة ط ونخرج خط حط ونعمل على خط اب مثلثا اضلاعُه مساوية للاضلاع مثلث دحط ونتفقّدُ عِند عَمِلِنا بان نجعل ضلع اک مثل ضلع دح وضلع کل مثل ضلع حط وضلع ال مثل ضلع دط بحسب ما بيّنّا عملَ ذلك ببرهان کب مِن ا وقد علمنا ببرهان ح مِن ا ان زاوية کال مساوية لزاوية حدط وذلك لان الضلعين المحيطين بزاوية کال قد بيّنّا انهما مساويان للضلعين المحيطين بزاوية حدط كل ضلع مساو لنظيره وقاعدة کل مثل قاعدة حط فالزاويتان اللتان يواترُهما هاتان القاعدتان المتساويتان متساويتان فقد عملنا على نقطة مفروضةٍ مِن خط مفروض زاويةً مساويةً لزاوية مفروضةٍ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع والعشرون مِن المقالة الاولى

كلّ مثلثين يساوى ضلعان مِن احدهما ضلعَين مِن الآخر كل ضلع لنظيره وتكون احدى الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع

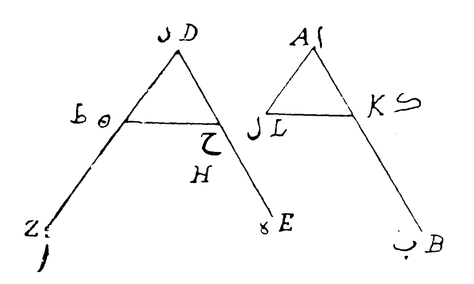
demonstratum est, nos triangulum, cuius latera datis lineis A, B, G aequalia sunt, construxisse. Q. n. e. d.

Propositio XXIII libri primi.

Explicare uolumus, quo modo ad punctum datum in recta data angulum angulo dato aequalem construamus.

Ponamus lineam esse AB, et punctum datum esse punctum A, et angulum datum esse angulum EDZ. Explicare uolumus, quo modo ad punctum A angulum angulo EDZ aequalem construamus.

In linea DE punctum H, in linea DZ autem punctum Θ sumimus. Ducta linea $H\Theta$ in linea AB triangulum cuius latera aequalia sint lateribus trianguli $DH\Theta$, construimus, et quaerimus diligenter, ut sit $AK = DH$, $KL = H\Theta$, $AL = D\Theta$, quoniam hanc constructionem in I, 22 demonstrauerimus. Iam ex I, 8 scimus,



angulum KAL angulo $HD\Theta$ aequalem esse, quoniam iam demonstrauimus, duo latera, quae angulum KAL comprehendunt, duobus lateribus, quae angulum $HD\Theta$ comprehendunt, alterum alteri aequalia esse, et $KL = H\Theta$; quare duo anguli, sub quibus subtendunt hae duae bases inter se aequales, inter se aequales sunt. Ergo iam ad punctum datum in linea data angulum angulo dato aequalem construximus. Q. n. e. d.

Propositio XXIV libri primi.

Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt, alterum alteri, et angulorum, quos latera inter se aequalia comprehendunt, alter altero maior est, reliquum

المتساوية اعظم من الزاوية الاخرى فان[1] الضلعَ الباقى الذى يوتّر
الزاوية العظمى اعظم من الضلع الباقى من المثلث الاخر الذى
يوتّر الزاوية الصُغرى مثاله ان ضلعى اب اج من مثلث ابج
مساويان لضلعَى ده دز من مثلث هدز ضلع اب مثل ضلع ده وضلع
اج مثل ضلع دز وزاوية باج اعظم من زاوية هدز فاقول ان ضلع
بج الذى يوتر زاوية باج العُظمى اعظم من ضلع هز الذى يوتر
زاوية هدز الصُغرى بُرهانه انا نعمل على نقطة د من خط هد زاويةً
مثل زاوية باج كما بيّنا عملها ببرهان كج من [ا] ولتكن زاوية
هدح ونجعل دح مثل اج كما بيّنا ذلك ببرهان ج من ا ونخرج
خطى حز حه فضلعا با اج من مثلث ابج مساويان لضلعى ده
دح من مثلث هدح كل ضلع مثل نظيره ضلع اب مثل ضلع ده
وضلعُ اج مثل ضلع دح وزاوية باج مثل زاوية هدح فبحسب برهان
د من ا تكون قاعدة بج مساوية لقاعدة هح وايضا فان مثلث
دزح متساوى الساقين ساق دز مثل ساق دح فبحسب برهان ه
من ا تكون زاوية دزح مساوية لزاوية دحز لكن زاوية دحز
اعظم من زاوية هحز فزاوية دزح اعظم من زاوية هحز فاذا زدنا زاوية
هزد كانت زاوية هزح اعظم من زاوية هحز كثيرًا فمثلث هزح له
زاويتان احداهما اعظمُ من الاخرى اعنى ان زاوية هزح اعظم من
زاوية هحز فبحسب برهان يط من ا يكون ضلع هح الموتّر للزاوية

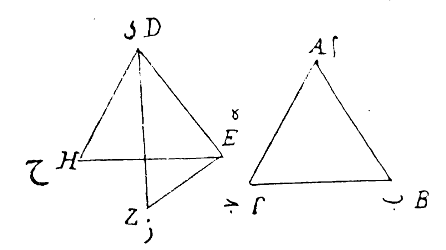
---

[1]) In margine atramento rubro additum: قاعدة المثلث الذى زاويته اعظم اطول من قاعدة الاخرى Basis trianguli, cujus angulus maior, longior est basi alterius.

latus, quod angulo maiori oppositum est, reliquo latere alterius trianguli angulo minori opposito maius est.

Exemplificatio. Duo latera AB, AG trianguli ABG aequalia sint duobus lateribus DE, DZ trianguli EDZ, $AB = DE$, $AG = DZ$, et angulus BAG maior sit angulo EDZ. Dico, latus BG angulo BAG maiori oppositum maius esse latere EZ angulo EDZ minori opposito.

Demonstratio. Ad punctum D lineae ED angulum angulo BAG aequalem construimus, ita ut in I, 23 demonstrauimus, qui sit angulus EDH. Posita [linea] DH [lineae] AG aequali, quod in I, 3 demonstrauimus, duas lineas HZ, HE ducimus. Itaque duo latera BA, AG trianguli ABG duobus lateribus DE, DH trianguli EDH aequalia sunt, alterum alteri, $AB = DE$, $AG = DH$, et $\angle BAG = \angle EDH$. Itaque ex I, 4 basis BG aequalis est basi EH. Rursus quoniam in triangulo DZH duo latera inter se aequalia sunt, $DZ = DH$, ex I, 5 erit $\angle DZH = \angle DHZ$. Sed angulus DHZ maior est angulo EHZ; quare angulus DZH maior est angulo EHZ. Itaque adiecto angulo EZD angulus EZH multo maior erit angulo EHZ. In triangulo EZH igitur duo anguli sunt, quorum alter altero maior, $\angle EZH > \angle EHZ$. Quare ex I, 19 latus EH maiori angulo oppositum maius est latere EZ angulo minori opposito. Sed $EH = BG$. Ergo iam demonstrauimus basim BG basi EZ maiorem esse. Q. n. e. d.



Additamentum ad hanc propositionem.*)

Si lineam DH lateri AG aequalem duxerimus**), et deinde

*) Proclus p. 339, 2 sq.

**) Et ita, ut sit $\angle EDH = \angle BAG$; u. Proclus p. 338, 8, quam demonstrationis partem male omisit Arabs.

العظمى اعظم مِن ضلع هز الموتّر للزاوية الصغرى لكن هح مثل
بج فقاعدة بج قد تبيّن انها اعظم مِن قاعدة هز وذلك ما اردنا
ان نبيّن زيادة فى هذا الشكل فانّا متى اخرجنا خط دح مساويًا
لضلع اج ثم اخرجنا خط حه فجاز نقطةَ ز (Scr. ه) فحدث مثلث
دحه وقد خرج مِن طرفَى ضلع مِن اضلاعِهِ وهو ضلع ده خطان
وهما دز هز فالتقى طرفاهما على نقطة ز داخلَ المثلث فبحسب
برهان كا مِن ا فان مجموع ضلعى هز دز لخطٍ واحدٍ اصغر مِن 14 r.
مجموع ضلعى دح حه لكن ضلع دح مثل ضلع دز فيبقى ضلع
هح اعظم مِن ضلع هز وقد تبيّن بحسب برهان [د] من [ا] ان قاعدة
هح مثل قاعدة بج فقاعدة بج اِذن اعظم مِن قاعدة هز وذلك ما
اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس والعشرون من المقالة الاولى[1]

كل مثلثين (ع) يساوى ضلعان مِن احدهما ضلعين مِن الاخر كل
ضلع لنظيره[2] والضلع الباقى مِن احدهما اعظم مِن الضلع الباقى
مِن المثلث الاخر فان زاوية المثلث التى يوتّرها الضلع الاعظم
اعظم (ط) مِن الزاوية الاخرى التى يُوترها الضلعُ الاصغرُ مثالُه ان

---

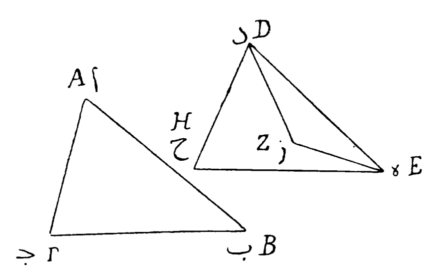
[1]) In margine legitur: هذا هو عكس الرابع والع[شرين]: Inuersio est prop. XXIV.

[2]) In margine atramento rubro addita sunt:

وقاعدة احدهما اطول مِن قاعدة الاخر فانّ زاوية المثلث
الطويل القاعدة اع[ظم] مِن زاوية المثلث القصير القاعدة

»Et si basis alterius basi alterius longior est, angulus trianguli, cuius basis longior, maior est angulo trianguli, cuius basis breuior.« — Altera forma huius propositionis.

lineam HE duxerimus, ut per punctum Z (scr. E) transeat et triangulus DHE fiat, in quo a duobus terminis alicuius lateris eius, quod est latus DE, duae lineae ductae sunt, DZ, EZ, ita ut termini earum in puncto Z intra triangulum congruant, tum ex I, 21 summa duorum laterum EZ, DZ in directum coniunctorum minor erit summa duorum laterum DH, HE. Est autem $DH = DZ$; relinquitur igitur latus EH latere EZ maius. Sed iam demonstrauimus ex I, 4, basim EH basi BG aequalem esse. Ergo basis BG maior est basi EZ. Q. n. e. d.



Propositio XXV libri primi.

Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt alterum alteri, et reliquum latus alterius maius est reliquo latere alterius trianguli, angulus trianguli, cui latus maius oppositum est, maior est angulo altero, cui latus minus oppositum est.

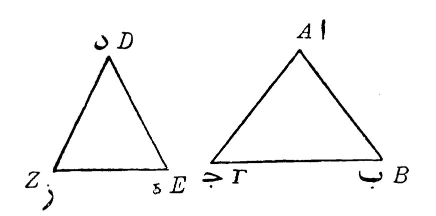
Exemplificatio. Duo latera AB, AG trianguli ABG aequalia sint duobus lateribus DE, DZ trianguli EDZ, $AB = DE$, $AG = DZ$, et reliquum latus BG trianguli ABG maius sit reliquo latere EZ trianguli EDZ. Dico, angulum BAG maiorem esse angulo EDZ.

Demonstratio. Nam si eo maior non est, aut ei aequalis est aut minor. Si ei aequalis sit, ex eo, quod in I, 4 demonstrauimus, necesse est, basim BG basi EZ aequalem esse. At maior est; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo BG [rectae] EZ aequalis non est*). Rursus non necesse est [scr. fieri non po-

*) Res Arabs confudit. Scribere debuisset: Ergo angulus BAG angulo EDZ aequalis non est.

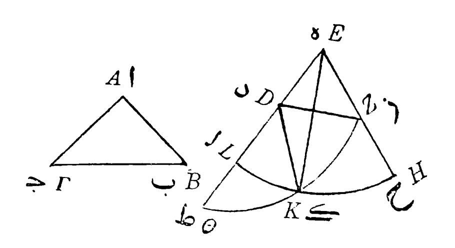
ضلعى اب اج مِن مثلث ابج يساويان ضلعى ده دز من مثلث
هدز ضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج مثل ضلع دز وضلع بج
الباقى مِن مثلث ابج اعظم مِن ضلع هز مِن مثلث هدز الباقى
فاقول ان زاوية باج اعظم مِن زاوية هدز برهانه انها ان لم تكون
اعظمَ منها فهى مثلها او اصغرُ منها ولو كانت مثلها فانّ ممّا
بيّنّا ببرهان د مِن ا يجب ان تكون قاعدة بج مثل قاعدة هز
وهى اعظم منها هذا خلف لا يمكن فليس بج اذًا مثل هز
ولا يجب ايضًا ان تكون اصغرَ منها الانها ان كانت اصغر
منها فبحسب برهان كد من ا يجب ان يكون ضلع بج
اصغر مِن ضلع هز وكنّا فرضناهُ اعظمَ منه هذا خلف غير ممكن
فقد نبيّن ان زاوية ا ليست بمساوية لزاوية د ولا هى ايضا اصغر
منها فهى اذن اعظم منها وذلك ما اردنا ان نبيّن مُضافٌ الى هذا
الشكل وليس يُعرف صاحِبُه وهو برهانه مِن غير طريق الخلفِ
فلننزل ان مثلثى ابج دهز ضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج مثل
ضلع دز وضلع بج الباقى اعظم مِن ضلع هز الباقى فاقول ان
زاوية باج اعظم مِن زاوية هدز برهانه انا نُخرج خط هز الى ح على
الاستقامة ونجعل هح مثل بج ونخرج خط هد على الاستقامة الى
نقطة ط ونجعل دط مثل اج ونجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد دط
قوس طكز لان طد مثل دز فلان ضلعى اب واج بخطّ واحدٍ اعظمَ
مِن ضلع بج كالذى نبيّن من برهان ك مِن ا وضلع بج مساوٍ
لضلع هح ومجموع ضلعى اب اج بخط واحد هو خط هط فخط هط
اذن اعظم من خط هح ونجعل نقطة ه مركزًا ونخط ببعد هح (ف)قوس

test], ut eo minor sit. Si enim minor sit, ex I, 24 necesse est, latus BG minus esse latere EZ; sed supposuimus, illud maius esse; quod absurdum est neque fieri potest. Demonstrauimus igitur, angulum A neque aequalem angulo D neque minorem esse. Ergo maior est. Q. n. e. d.



Additamentum ad banc propositionem, cuius scriptor ignotus est, et haec demonstratio per reductionem in absurdum non procedit*). Supponamus, duos triangulos ABG, DEZ latus AB lateri DE aequale habentes et $AG = DZ$, et latus reliquum BG latere reliquo EZ maius esse. Dico, angulum BAG maiorem esse angulo EDZ.

Demonstratio. Lineam EZ ad H in directum producimus ita, ut EH lineae BG aequalis fiat. Et linea ED in directum ad punctum Θ producta ponimus $D\Theta = AG$. Puncto D centro radio autem $D\Theta$ arcum ΘKZ describimus. Iam quoniam $\Theta D = DZ$, et duo latera AB, AG in directum coniuncta maiora sunt latere BG, ita ut in I, 20 demonstrauimus, et $BG = EH$, et latera AB, AG in directum coniuncta sunt ita, ut linea $E\Theta$ fiant, linea $E\Theta$ maior est linea EH. Iam punctum E centrum sumimus, et radio EH arcum HL**) ducimus. Ducimus EK et



*) Heronis est, de quo Proclus p. 346, 13 sq: οὐ δὶ ἀδυνάτου τὸ αὐτὸ δείκνυσιν.

**) Secat enim rectam $E\Theta$, quia demonstrauimus, eam maiorem esse quam EH; nec hoc omisit Proclus p. 347, 3 sq.

حل وتخرج هك ودك تخط دك مساوٍ لخط دط لكن دط مثل اج تخط دك اذن مثل اج وايضا فلان هك مثل هح وخط هح فرضناه مثل بج يكون هك مثل بج فمثلثا ابج هدك ضلعان من احدهما مساويان لضلعين من الاخر اب مثل ده واج مثل دك وضلع بج الباقي مثل ضلع هك الباقي فظاهرٌ من برهان ح من ا انّ زاوية باج مثل زاوية هدك لكن زاوية هدك اعظم من زاوية هدز فزاوية باج اذن اعظم من زاوية هدز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس والعشرون من المقالة الاولى

14 u

كل مثلثين (ع) تُساوى زاويتان من احدهما زاويتين من الاخر كل زاوية ونظيرتها ويساوى ضلعٌ من احدهما نظيرَهُ من الاخر اىّ ضلعٍ كان فانّ الضلعين الباقيين من احدهما يساويان (ط) الضلعين الباقيين من المثلث الاخر كل ضلعٍ لنظيره والزاوية الباقية مثل (ط) الزاوية الباقية والمثلث (ط) مثل المثلث مثاله ان زاويتى ابج اجب من مثلث ابج مساويتان لزاويتى دهز دزه من مثلث دهز زاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه وننزل ان ضلع بج اوّلا مثل ضلع هز فاقول ان ضلعَى با اج الباقيين مثل ضلعى هد دز الباقيين ضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج مثل ضلع دز وزاوية باج مثل زاوية هدز برهانه انه اِن لم يكن ضلع با مثل ضلع هد فليكن احدهما اعظم فلننزل ان ضلع اب اعظمُ ونفصِلُ بح مساويا لضلع ده كما بيّن ببرهان ج من ا وضلع بج فُرِض مثل ضلع هز فضلعَا جب بح من مثلث

DK; DK igitur lineae $D\Theta$ aequalis est. Sed $D\Theta = AG$, itaque $DK = AG$. Rursus quoniam $EK = EH$, et supposuimus esse $EH = BG$, erit $EK = BG$. Itaque in duobus triangulis ABG, EDK duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt, $AB = DE$, $AG = DK$, et latus reliquum BG lateri reliquo EK aequale. Ex I, 8 igitur manifestum est, angulum BAG angulo EDK aequalem esse. Sed angulus EDK maior est angulo EDZ. Ergo angulus BAG maior est angulo EDZ. Q. n. e. d.

Propositio XXVI libri primi.

Si in duobus triangulis duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt alter alteri, et latus quodlibet alterius aequale est lateri alterius, etiam duo reliqua latera alterius aequalia erunt duobus reliquis lateribus alterius alterum alteri, et angulus reliquus angulo reliquo aequalis erit, et triangulus triangulo.

Exemplificatio. Duo anguli ABG, AGB trianguli ABG duobus angulis DEZ, DZE trianguli DEZ aequales sint, $\angle ABG = \angle DEZ$, et $\angle AGB = \angle DZE$. Prius supponimus, latus BG aequale esse lateri EZ. Dico, duo latera reliqua BA, AG reliquis lateribus ED, DZ aequalia esse, $AB = DE$ et $AG = DZ$, et angulum BAG angulo EDZ aequalem.

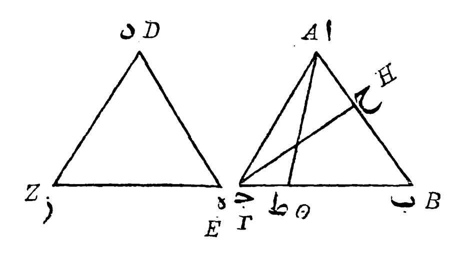
Demonstratio. Si latus BA lateri ED aequale non est, alterutrum maius sit; supponamus latus AB maius esse, et BH lateri DE aequale abscindimus, ita ut in I, 3 demonstrauimus. Supposuimus autem latus BG lateri EZ aequale esse. Itaque duo latera GB, BH trianguli BGH duobus lateribus EZ, ED trianguli EDZ aequalia sunt, alterum alteri. Et angulus DEZ angulo GBH aequalis est. Itaque ex I, 4 angulus BGH angulo DZE aequalis erit. Supposuimus autem angulum DZE angulo AGB aequalem esse. Et quoniam quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt, angulus AGB angulo BGH aequalis

بجح مثل ضلعى هز هد من مثلث هدز كل ضلع مساو لنظيره وزاوية دهز مساوية لزاوية جبح فبحسب برهان د من ا تكون زاوية بجح مساوية لزاوية دزه لكن زاوية دزه فُرِضت على انها مساوية لزاوية اجب والمساوية لشى واحد فهى متساوية فزاوية اجب مساوية لزاوية بجح العظمى للصغرى وهذا خلف فليس ضلع اب اعظم من ضلع دہ ولا يمكن ايضا ان يكون اصغرَ لان البرهان واحدٌ فضلع اب اذن مساو لضلع دہ و ضلع بج مثل ضلع هز فضلعا اب بج من مثلث ابج مثل ضلعَى دہ هز من مثلث دهز كل ضلع مساو لنظيره وزاوية ابج مساوية لزاوية دهز فبرهان د من ا يكون ضلع اج الباقى من مثلث ابج مثل ضلع دز الباقى من مثلث دهز وزاوية باج مثل زاوية هدز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فانا نُنزل ان ضلع اب مساو لضلع دہ وزاوية ب مساوية لزاوية ہ وزاوية ج مساوية لزاوية ز فاقول ان ضلع بج مساو لضلع هز برهانه انه اذا لم يكن ضلع بج مساويًا لضلع هز فانّ احدهما اعظم فلنُنزل ان ضلع بج اعظم من ضلع هز ونفصل خط بط مثل ضلع هز كما بيّنّا ببرهان ج من ا ونُخرج خط اط فضلعا اب بط من مثلث ابط مساويان لضلعى دہ هز من مثلث دهز كل ضلع مساو لنظيره وزاوية ابط مثل زاوية دهز فبرهان د من ا تكون زاوية اطب مساوية لزاوية دزہ وزاوية دزہ فُرِضت مساوية لزاوية اجط فزاوية اطب الخارجة من مثلث اجط اذن مساوية لزاوية اجط الداخلة لكن بحسب برهان يو من ا يجب ان تكون زاوية اطب الخارجة اعظم من زاوية اجط الداخلة وهى ايضا مثلُها هذا

erit, maior minori; quod absnrdum est. Latus AB igitur latere DE maius non est. Et eadem ratione demonstratur, fieri non posse, ut minus sit. Ergo latus AB lateri DE aequale est. Et $BG = EZ$. Itaque duo latera AB, BG trianguli ABG duobus lateribus DE, EZ trianguli DEZ aequalia sunt alterum alteri; et angulus ABG angulo DEZ aequalis. Quare ex I, 4 reliquum latus AG trianguli ABG reliquo lateri DZ trianguli DEZ aequale est, et $\angle BAG = \angle EDZ$. Q. n. e. d.

Iam rursus supponimus, latus AB lateri DE aequale esse, et $\angle B = \angle E$, et $\angle G = \angle Z$. Dico, latus BG lateri EZ aequale esse.

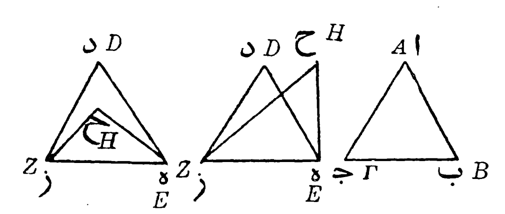
D e m o n s t r a t i o. Si latus BG lateri EZ aequale non est, alterutrum maius est. Supponamus, latus BG latere EZ maius esse, et lineam $B\Theta$ lateri EZ aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstrauimus. Lineam $A\Theta$ ducimus. Quoniam duo latera AB, $B\Theta$ trianguli $AB\Theta$ duobus lateribus DE, EZ trianguli DEZ aequalia sunt alterum alteri, et angulus $AB\Theta$ angulo DEZ aequalis, ex I, 4 erit $\angle A\Theta B = \angle DZE$. Supposuimus autem, angulum DZE angulo $AG\Theta$ aequalem esse. Itaque angulus $A\Theta B$ ad triangulum $AG\Theta$ extrinsecus positus angulo $AG\Theta$ intra triangulum posito aequalis erit. Uerum ex I, 16 necesse est, angulum $A\Theta B$ extrinsecus positum angulo $AG\Theta$ intra posito maiorem esse. Sed idem ei aequalis est, quod absurdum est neque fieri potest. Latus BG igitur neque maius neque minus est latere EZ. Ergo ei aequalis est, ita ut duo latera AB, BG trianguli ABG lateribus DE, EZ trianguli DEZ aequalia sint, alterum alteri; et $\angle ABG = \angle DEZ$. Latus igitur reliquum trianguli ABG lateri reliquo trianguli DEZ aequale est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, ita ut sit $AG = DZ$ et $\angle BAG = \angle EDZ$. Q. n. e. d.



خلف لا يمكن فضلع بج اذن ليس باعظم مِن ضلع ہز ولا ايضا
اصغر منه فهو اذن مثله فضلعا اب بج مِن مثلث ابج مساويان
لضلعی ده ہز مِن مثلث دہز کل ضلع مساو لنظيره وزاوية
ابج مثل زاوية دہز فالضلع الباقی مِن مثلث ابج مساو
للضلع الباقی مِن مثلث دہز وسائرُ الزوايا مثل سائر الزوايا
فضلع اج مثل ضلع دز وزاوية باج مساوية لزاوية ہدز وذلك ما
اردنا ان نبيّن ∴ مُضافٌ الى هذا الشكل على سبيل التوسُع
وجدْتُهُ ولستُ اعرفُ صاحبَهُ متى كانت زاوية ب مساوية 15 r
لزاوية ہ وزاوية ج مساوية لزاوية ز وضلع بج مثل ضلع ہز فانا
متى ركّبنا بج على ہز نقطة ب على نقطة ہ ونقطة ج على نقطة
ز نركّب خط بج على خط ہز لانهما متساويان ونركب زاوية ب
على زاوية ہ وزاوية ج على زاوية ز فمِن البيّن ان ضلعَی اب اج
ينطبقان على ہد دز وزاوية ا تنطبق على زاوية د لانه ان لم ينطبق
ضلعا اب اج على ضلعی ده دز فامّا ان يقعا مثل ہح زح فتكون
زاوية زہح اعنی زاوية ابج مثل زاوية زہد العظمى مثل الصُغرى
وهذا غير ممكن وان وقعا فی داخل مثلث دہز كخطّی ہح زح
فانّ زاوية زہد اعنی زاوية جبا اعظم مِن زاوية جبا وقد كانت
مثلها وهذا خلف لا يُمكن ∴ وهذا الشكل الزائد ان أُجرى
امرُهُ كما أُجرى الشكل الرابع مِن هذه المقالة مِن غير استشهاد
الخلف فانه واضحٌ انّ زاوية ب تنطبق على زاوية ہ وزاوية ج تنطبق
على زاوية ز وانّ هاتين الزاويتين اذا انطبقتا على زاويتی ہز وانطبق
وتركبَ ضلع بج على ضلع ہز فان الضلعين الباقيين يتركّب

Demonstratio ad hanc propositionem addenda uniuersalior, quam repperi, sed cuius auctorem ignoro.*) Quoniam $\angle B = \angle E$, et $\angle G = \angle Z$, et $BG = EZ$, si BG ad EZ, punctum B ad punctum E, punctum G ad punctum Z adplicuerimus, etiam lineam BG ad lineam EZ adplicabimus, quia inter se aequales sunt, et angulum B ad angulum E adplicabimus, angulum G autem ad angulum Z. Sed manifestum est, duo latera AB, AG cum ED, DZ congruere, et angulum A cum angulo D. Nam si latera AB, AG cum lateribus DE, DZ non congruerent, aut ut EH, ZH**) caderent, ita ut angulus ZEH, id est ABG, aequalis esset angulo ZED, maior aequalis minori; quod fieri non potest. Sin intra triangulum DEZ caderent ut duo latera EH, ZH,***) angulus ZED, id est GBA, maior esset angulo GBA. Sed ei aequalis est.†) Quod absurdum est neque fieri potest.

Si in hac demonstratione addita eodem modo rem agimus, quo in propositione quarta huius libri, reductione in absurdum non usurpata, manifestum est, angulum B cum angulo E, angulum G cum angulo Z congruere, et praeterea, quoniam illi duo anguli cum duobus angulis E, Z congruant, et latus BG cum latere EZ congruat et in id cadat, etiam duo reliqua latera congruere, alterum cum altero, et angulum A in angulum D cadere, et triangulum cum triangulo congruere. Q. n. e. d.



Si hoc praemissum recte se habet, etiam demonstratio propositionis sextae huius libri reductione ad absurdum non usurpata perficitur; quae haec est: si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, triangulus aequicrurius est.

---

*) Apud Proclum non exstat, nec multum ualet.

**) Scilicet extra triangulum ut in secunda figura.

***) In prima figura.

†) Dicere debuit: erit angulus ZEH minor angulo ZED; sed ZEH siue GBA aequalis est angulo ZED.

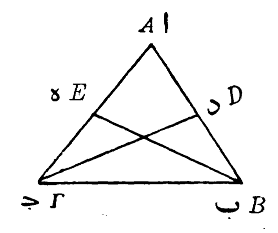
كل واحدٍ منهما على نظيرهِ وتتركّب زاوية ا على زاوية د ويتركّب المثلث على المثلث وذلك ما اردنا ان نبيّن فاذا حَصَلَتْ هذه المقدّمة فانه يحصل بُرهانُ الشكل السادس مِن هذه المقالة بغير خلفٍ وهو اذا تساوت زاويتان مِن مثلّثٍ فهو متساوى الساقين مثالُه ان مثلث ابج زاوية ابج منه مساوية لزاوية اجب فاقول ان ساق اب مثل ساق اج برهانه انا نفصِل بد جه متساويين ونخرج خطّى به جد فضِلعَا دب بج مثل ضلعَى هج جب فزاوية دبج مثل زاوية بجه فبحسب برهان د مِن ا تكون قاعدة دج مثل قاعدة هب وزاوية جبه مثل زاوية بجد وزاوية بدج مثل زاوية بهج وبحسب برهان الشكل الزائد فى كو مِن ا فان زاوية اهب الباقية مساوية لزاوية ادج الباقية وضلع اب مثل ضلع اج وايضًا فانّ زاوية ابه الباقية مثل زاوية اجد الباقية فبحسب برهان الشكل المقدّم الزائد فى كو مِن ا فان ضلع اد مساو لضلع اه وقد كُنّا بيّنّا ان بد مثل جه فخط با مثل خط جا باسره فساق اب مثل ساق اج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع والعشرون مِن المقالة الاولى

اذا وقع خط (ع) مستقيم على خطين مستقيمين فصيّر الزاويتين المتبادلتين متساويتين فان الخطين (ط) متوازيان مثاله ان خط هز وقع على خطى اب جد فصيّر زاويتى احط حطد المتبادلتين متساويتين فاقول ان خطى اب جد متوازيان برهانه انهما ان لم يكونا متوازيين فانهما اذا أُخرجا فى احدى الجهتين التقيا فنخرجهما فى جهة بد فيلتقيان على نقطة ك ان امكن ذلك فيتبيّن

Exemplificatio. Trianguli ABG angulus ABG aequalis sit angulo AGB. Dico, esse $AB = AG$.

Demonstratio. BD, GE inter se aequales abscindimus, et duas lineas BE, GD ducimus. Quare duo latera DB, BG duobus lateribus EG, GB aequalia sunt. Et $\angle DBG = \angle BGE$. Ex I, 4 igitur basis DG basi EB aequalis erit et $\angle GBE = \angle BGD$ et $\angle BDG = \angle BEG$. Et e demonstratione ad I, 26 addita angulus qui relinquitur AEB aequalis est angulo qui relinquitur ADG, et $AB = AG$.*) Iam rursus angulus qui relinquitur ABE angulo qui relinquitur AGD aequalis est. Itaque ex demonstratione propositionis praecedentis ad I, 26 additae latus A lateri AE aequale erit. Iam autem demonstrauimus, BD aequale GE esse. Ergo linea BA aequalis est toti lineae GA, et crus AB cruri AG aequale. Q. n. e. d.

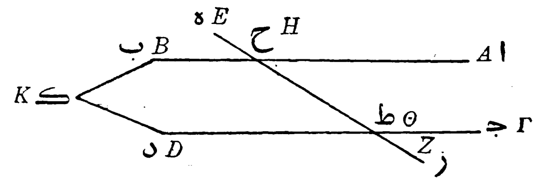


Propositio XXVII libri primi.

Si recta in duas rectas inciderit ita, ut angulos alternos inter se aequales efficiat, rectae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. EZ in duas lineas AB, GD ita incidat, ut duos angulos alternos $AH\Theta$, $H\Theta D$ inter se aequales efficiat. Dico, lineas AB, GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Si inter se parallelae non sunt, ad alterutram partem productae concurrent. Itaque ad partes B, D eas producimus, donec, si fieri potest, in puncto K concurrant. In triangulo igitur $H\Theta K$ angulus $AH\Theta$ extrinsecus positus maior erit angulo $H\Theta K$ intra posito, ita ut in I, 16 demonstrauimus. Quod absurdum est, quia supposuimus,



*) Dicendum erat: quia $BDG = BEG$, erit $AEB = ADG$. Et BAG communis est, et $EB = DG$. Ergo ex I, 26 erit $AB = AG$. Quae sequuntur, idem alio modo demonstrant (quia $ABG = AGB$ et $GBE = BGD$, erit $AGD = ABE$. Et $\angle BAG$ communis est, et $EB = DG$ cet.).

زاوية احط الخارجة مِن مثلث حطك اعظم مِن زاوية حطك الداخلة كما بيّن ببرهان يو مِن ا وهذا خلف لان زاوية احط فرضت مساوية لزاوية حطد فخطا اب جد ان اخرجا فى الجهتين جميعا لم يلتقيا ولو خُرجَا الى غير نهاية فهما متوازيان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

15 u. الشكل الثامن والعشرون من المقالة الاولى

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين(ع)فصيّر الزاوية(ع)الخارجة مثل الداخلة التى تُقابلها او صيّر(ع) الزاويتين اللتين فى جهة واحدة الداخلتين معادلتين لقائمتين فان الخطين متوازيان(ط) مثاله ان خط هز وقع على خطى اب جد فصيّر هحب الخارجة مثل زاوية حطد الداخلة التى تقابَلَها او صيّر مجموع زاويتى بحط دطح مساويًا لمجموع زاويتين قائمتين فاقول ان خطى اب جد متوازيان برهانه ان زاوية هحب مساوية لزاوية حطد ولكن زاوية هحب مساوية لزاوية احط وذلك بحسب برهان يه مِن ا والمساوية لشى واحد فهى متساوية فزاوية احط مساوية لزاوية حطد وهما المتبادلتان فبحسب برهان كز مِن ا يكون خط اب موازيًا لخط جد ∴ وايضا فليكن مجموع زاويتى بحط حطد الداخلتين اللتين فى جهة واحدة مساويًا لمجموع زاويتين قائمتين فاقول ان خط اب موازٍ لخط جد برهانه ان [مجـ]وع زاويتى بحط حطد معادلتان لقائمتين وكذلك بحسب برهان يج من ا يكون مجموع زاويتى احط بحط معادلتين لزاويتين قائمتين فزاويتا احط بحط مثل زاويتى بحط حطد فنُسقط زاوية بحط المشتركة فتبقى زاويتا

angulum $AH\Theta$ angulo $H\Theta D$ aequalem esse. Itaque duae lineae AB, GD non concurrunt, si ad utramque partem simul producuntur, etiamsi in infinitum producuntur. Ergo parallelae sunt. Q. n. e. d.

Propositio XXVIII libri primi.

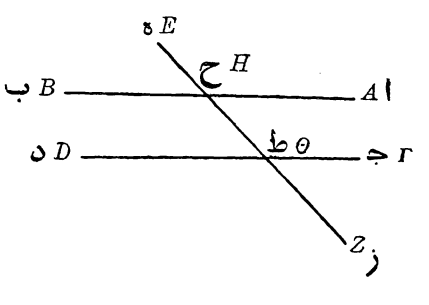
Si recta in duas rectas inciderit ita, ut uel angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem uel angulos interiores ad eamdem partem positos duobus rectis aequales efficiat, lineae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. Linea EZ in duas lineas AB, GD ita incidat, ut angulum EHB exteriorem angulo $H\Theta D$ interiori et opposito aequalem uel summam angulorum $BH\Theta$, $D\Theta H$ summae duorum angulorum rectorum aequalem efficiat. Dico, lineas AB, GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Angulus EHB angulo $H\Theta D$ aequalis est. Sed angulus EHB ex I, 15 angulo $AH\Theta$ aequalis est. Et quae eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia; itaque angulus $AH\Theta$ angulo $H\Theta D$ aequalis erit. Sunt autem alterni. Ergo ex I, 27 linea AB lineae GD parallela est.

Rursus summa duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ summae duorum rectorum aequalis sit. Dico, lineam AB lineae GD parallelam esse.

Demonstratio. Summa duorum angulorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ duobus rectis aequalis est, et ex I, 13 summa duorum angulorum $AH\Theta$, $BH\Theta$ et ipsa duobus rectis aequalis est. Quare $\angle\ AH\Theta + BH\Theta = \angle\ BH\Theta + H\Theta D$. Subtracto angulo communi $BH\Theta$ relinquuntur anguli $AH\Theta$, $H\Theta D$ aequales. Sunt autem alterni. Ergo linea AB lineae GD parallela est. Q. n. e. d.



احط حطد المتبادلتان مساويتين لخط اب موازٍ لخط جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ مقدمات واشكال يُحتاج اليها فى الشكل التاسع والعشرين مِن المقالة الاولى لسنبليقيوس واغانيس ان المقدمة[1] المستعملة فى برهان الشكل التاسع والعشرين مِن المقالة الاولى وهى انّ كل خطين يخرجان على اقلّ مِن زاويتين قائمتين فانهما يلتقيان ليست مِن القضايا المقبولة قال سنبليقيوس فى ذلك ان هذه المصادرة ليست بظاهرة كلّ ذلك لكنه قد احتيج فيها الى بيانٍ بالخطوط حتى ان اَبطينياطوُس وذيُوذرس بيّناه باشكال كثيرة مختلفة وبطلميوُس ايضا قد عَمِل بيانه والبرهانَ عليه واستعمل فى ذلك الشكل الثالث عشر والخامس عشر والسادس عشر مِن المقاله الاولى مِن الاسطقسات وذلك ليس بمُنكرٍ لانّ اوقليدس انما استعمل هذه المصادرة فى الشكل التاسع والعشرين مِن هذه المقالة وقد كان هذا المعنى فى نفسه ايضًا مستحقًا للنظرِ والقولِ فيه وان نُبيّن اَنّهُ كما انّ الخطين اذا اُخرجَا على زاويتين قائمتين كانا متوازيين كذلك اذا اخرجا على اقل مِن زاويتين قائمتين كانا متلاقيين ∴ فاما اغانيس صاحبنا فانّه لم يرَ ان يتقدّم فيستعمل هذا المعنى على انه مصادرة اذ كان يُحتاج الى برهان[2] لكنّه استعمل اشكالاً اُخر مكان الاشكال التى فى الاُسطقسات حتى برهنَ الشكل التاسع والعشرين مِن غير ان جعل هذا المعنى مُصادرةً ثُمّ برهنَ هذه المصادرة بعد

---

[1]) In margine: القضيّة

[2]) In codice: هانٍ (in الى correctum) اليها

Prolegomena et propositiones, quae Simplicio et Gemino auctoribus in propositione XXIX libri primi opus sunt. Enuntiatio praemissa*), quae est: »duae lineae quaelibet, quae ad angulos duobus rectis minores ducuntur, concurrent«, id quod in prop. XXIX libri primi adhibetur, sententiis adceptis adnumerari non potest**).

Simplicius de hac re dixit, hoc postulatum non prorsus manifestum esse, sed ei explicatione per lineas opus esse, ideoque iam Abthiniatum[1]) et Diodorum multis uariisque modis id demonstrasse, et Ptolemaeum***) quoque explicasse et demonstrasse et in hac re propositiones XIII, XV, XVI libri primi Elementorum adhibuisse†). Nec hoc ideo improbandum, quod Euclides in sola prop. XXIX huius libri hoc postulato usus est††). Et per se quoque haec notio digna erat, quae examinaretur et exponeretur, etiamsi demonstratum esset, lineas duas, sicut ad duos rectos angulos ductae parallelae sint, ita ad angulos duobus rectis minores ductas concurrere.

Quod ad Geminum magistrum nostrum adtinet, is non concedit, hanc notionem per se intellegi posse, ita ut tamquam postulatum usurpari possit, quoniam demonstratione egeat. Sed pro propositionibus, quae in Elementis sunt, aliis usus est propositionibus, ita ut propositionem XXIX demonstraret hac notione

---

*) Postulatum 5.

**) Cfr. Proclus p. 193, 1 sq., p. 364, 13 sq.

[1]) Cfr. p. 25. Mea culpa factum est, ut Henricus Suter u. d. (Zeit. für Math. und Physik, 1893 p. 149, n.) jure miraretur, quod l. l. »s »Arabicum litteris« ni« transscripsi. Iam ibi adnotare debui, signum س imaginem modo scripturae codicis efficere, et scriptorem codicis aperte uerbum non intellexisse. Hic uerbum multo melius scripsit; et nunc credo et hic et l. l. Abthiniathus legendum esse.

***) Proclus p. 191, 23; p. 365, 5 sq.

†) Cfr. Proclus p. 365, 10: *πολλὰ προλαβὼν τῶν μέχρι τοῦδε τοῦ θεωρήματος ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ προαποδεδειγμένων.* Ceterum in demonstrationibus Ptolemaei a Proclo p. 365 adlatis solae propp. XIII (p. 367, 21) et XVI (p. 367, 23) usurpantur.

††) Cfr. Proclus p. 364, 13 (ad prop. XXIX): *ἐν δὲ τούτῳ τῷ θεωρήματι πρῶτον ὁ στοιχειωτὴς ἐχρήσατο τούτῳ τῶν αἰτημάτων.*

ذلك بمذاهب وسُبُلٍ هندسيةٍ وهذا كلامُه بالفاظِهِ قال اغانيس
ومِن اجل انّا كنا قصدنا ان نبيّن ان المصادرة على ان الخطين
اللذين يخرجان على اقل مِن زاويتين قائمتين يلتقيان قد تَصِحّ
ببرهانٍ هندسيٍ اذ كان فيها طعنٌ يُطعَن به قديمًا على
المهندسينَ ويُقال لهمْ انكم تطلبُون ان يُسلّم لكم ما ليسَ بِبيّنٍ 16 r.
فتُبَيّنون به الاشياء الأُخرَ فانّا نفعلُ ذلك ولعلّ هذا المعنى عظيمٌ
جليل القَدرِ وانَا أَرى انه لا يَحتاج الى كلامٍ طويلٍ ولا ذى فنون
فاقول انّا حددنا الخطوطَ المتوازية بان قُلنا انها التى فى سطحٍ
واحدٍ واذا أُخرجَت اخراجًا دائمًا غير متناهٍ فى الجهتين جميعًا
كان البُعدُ بينهما ابدًا بُعدًا واحدًا والبُعدُ بينهما هو اقصَرُ خطٍ
يَصِل بينهما كما قيل ذلك ايضًا فى الابعادِ الأُخر فينبغى ان تُزادَ
هذه الاشكال فى المقالة الاولى مِن (كتاب الاولى مِن)[1] كتاب
الاصُول بعد الشكل السادس والعشرين حتى يصير هذا الشكل
السابع والعشرين وهو اذا كان خطان مستقيما[ن] متوازيين فان
البُعد بينهما هو عمودٌ على كل واحد منهما مثالُه انا نفرِض خطين
متوازيين وهمَا اب جد وليكن البعد بينهما هز فاقول ان خطّ هز
عمودٌ على كل واحد مِن خطى اب جد برهانه انه ان لم يكن
عمودًا عليهما فلتكن الزاويتان اللتان عند نقطة ه ليستا
بقائمتين ولتكن الحادة منهما زاوية[زه]ا ولنُخرج مِن نقطة ز عمودًا
على خط اب وهو زح وذلك انه يقع فى جهة ا فبحسب برهان يط
مِن ا يكون زه اطولَ مِن زح وقد كان زه فُرِض اقصر خطٍ

[1]) Uerba praue addita.

pro postulato non usus, postea uero hoc postulatum mathematica ratione et more demonstrauit. Haec sunt ipsa eius uerba:

Geminus dixit: Quoniam nobis propositum est, ut demonstremus ratione geometrica constare postulatum, quod est: »duae lineae, quae ad eam partem producuntur, ubi anguli duobus rectis minores sunt, concurrent« (est enim inter ea, quae homines iam antiquitus geometris obiectauerunt dicentes: uultis, res non demonstratas uobis ita constare, ut per eas alia demonstretis), hoc faciemus. Notio illa quidem grauior est magnique momenti; sed tamen crediderim neque longiore explicatione eam egere neque artificiis opus esse.

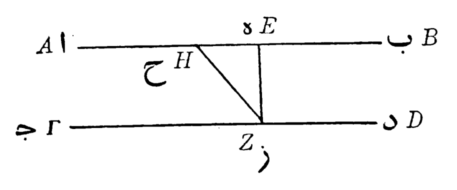
Dico, nos lineas parallelas definiuisse dicentes, eas in eodem plano positas esse, et distantiam inter eas, si in utramque partem semper in infinitum producantur, semper eandem manere[1]), et eam esse breuissimam lineam inter eas ductam eodem modo, quo hoc de aliis quoque distantiis dicitur[2]).

Tum in libro primo Elementorum post propositionem uigesimam sextam hae propositiones addendae sunt, ita ut fiat uigesima septima propositio, quae est:

Si duae rectae parallelae sunt, distantia inter eas perpendicularis est ad utramque[3]).

Exemplificatio. Supponimus duas lineas AB, GD parallelas. Et distantia inter eas sit EZ. Dico, lineam EZ ad utramque lineam AB, GD perpendicularem esse.

Demonstratio. Si ad eas perpendicularis non est, duo anguli ad punctum E duo recti non sunt. Iam angulus $[ZE]A$ acutus sit, et a puncto Z ducamus ZH ad lineam AB perpendicularem; ea igitur ad partes A uersus cadit. Et ex I, 19 longior est ZE



1) Cfr. p. 9.
2) Cfr. p. 11.
3) Cfr. p. 9.

مستقيم يقع بين خطى اب جد هذا خلف فاذن خط هز عمود على كل واحد من خطى اب جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

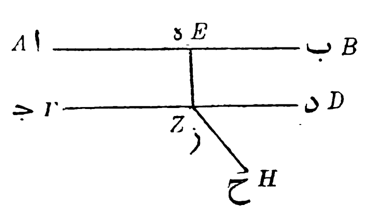
شكل ثانٍ لاغانيس اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فكان عمودًا على كل واحد منهما فان الخطين متوازيان والعمودُ هو البُعد الذى بينهما مثاله ان خطى اب جد قد وقع عليهما خط هز فاحاط مع كل واحد منهما بزاويتين قائمتين فاقول ان خطى اب جد متوازيان وان خط هز هو البُعد بينهما برهانه انهما ان لم يكونا متوازيين فانا نُجيز على نقطة ز خطًا موازيًا لخط اب وليكن ان امكن خط زح ونُنزل ان الخط المُوازىَ لخط اب هو خط زح لخط هز اذن يَجبُ ان يكون البعد بين خط اب وخط زح لانه اقصَرُ الخطوطِ التى تخرج مِن نقطة ز الى خط اب فزاوية حزه قائمةٌ وذلك بحسب برهان الشكل المتقدّم ولكن زاوية دزه فُرضت قائمة هذا خلف فاذن خطا اب جد متوازيان وخط زه هو البُعد بينهما وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ شكل ثالث لاغانيس الخط المستقيم المُخرجُ على الخطوط المتوازية يُصيّر الزوايا المتبادلةَ متساوية ويصيّر الزاوية الخارجة مساوية للزاوية الداخلة المقابلة لها ويُصيّر الزاويتين اللتين فى جهة واحدة مساويتين لمجموع زاويتين قائمتين مثاله انا نُخرج على خطى اب جد المتوازيين خطًا مستقيما عليه هز فاقول ان الزوايا التى حدثت على ما حددنا برهانه انا نُخرج مِن كل واحد مِن نقطتى هز البُعدَ الذى بين خطى اب جد وهما خطا هط زك فتكون الاربع الزوايا التى حدثت عنهما قائمةً فخط هط موازٍ لخط كز وذلك بحسب برهان الشكل

quam ZH. Supposuimus autem, ZE breuissimam esse lineam rectam, quae inter duas lineas AB, GD cadat. Quod absurdum est. Ergo linea EZ ad utramque lineam AB, GD perpendicularis est. Q. n. e. d.

Propositio secunda Gemini. Si linea recta in duas lineas rectas ita cadit, ut ad utramque perpendicularis sit, lineae parallelae erunt, et linea perpendicularis distantia inter eas erit.

Exemplificatio. In duas lineas AB, GD linea EZ ita cadit, ut cum utraque angulum rectum comprehendat. Dico, duas lineas AB, GD inter se parallelas et lineam EZ distantiam inter eas esse.

Demonstratio. Si inter se parallelae non sunt, per punctum Z lineam lineae AB parallelam ducimus, quae, si fieri potest, sit linea ZH. Supponimus igitur, lineam lineae AB parallelam esse ZH. Itaque necesse est, lineam EZ distantiam esse inter lineas AB et ZH, quia breuissima est linea, quae a puncto Z ad lineam AB duci possit. Angulus igitur HZE ex propositione praecedenti rectus erit; supposuimus autem, $\angle DZE$ rectum esse. Quod absurdum est. Ergo duae lineae AB, GD inter se parallelae sunt, et linea ZE distantia est inter eas. Q. n. e. d.



Propositio tertia Gemini. Si linea recta in lineas inter se parallelas ducitur, anguli alterni inter se aequales fiunt, et angulus exterior angulo interiori et opposito fit aequalis, et praeterea efficitur, ut anguli ad eandem partem positi duobus rectis aequales fiant.

Exemplificatio. In duas lineas AB, GD inter se parallelas lineam rectam EZ ducimus. Dico, angulos, qui exsistant, se habere ita, ut dictum sit.

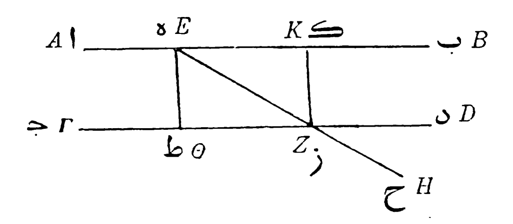
Demonstratio. Ab utroque puncto E, Z distantias inter duas lineas AB, GD ducimus, scilicet $E\Theta$, ZK, ita ut quattuor

المتقدّم وخط هك موازٍ لخط طز وخطا هط كز[1] هما البُعد بينهما فهما اذًا متساويان ومِن اجل ان خط طز مساوٍ لخط هك وخط هط مساوٍ لخط زك وهذه الخطوط تحيط بزوايا متساوية فان المثلثين متساويان وباقى الزوايا مساوية لباقى الزوايا فزاوية طزه مساوية لزاوية زهك وهما متبادلتان ولتكن زاوية طزه مساوية لزاوية حزد 16 u. لانهما على التقاطع وذلك بحسب برهان يه مِن ا فزاوية زهك مساوية لزاوية حزد الخارجة للداخلة المقابلة لها وايضًا فمن اجل ما بيّنّا ان الزوايا المتبادلة متساوية فانا نزيد زاوية دزه مشتركة فتكون زاويتا طزه هزد اللتين هما مساويتان لِقائمتين مساويتين لزاويتى كهز دزه فاذن الزاويتان اللتان فى جهةٍ واحدة مساويتان لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ شكل رابع لِاغانيس اذا أُخرج خط مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان المتبادلتان اللتان احاط بهما مع الخطين متساويتين او كانت الزاوية الخارِجة مساوية للزاوية الداخلة المقابلة لها او كانت الزاويتان الداخلتان اللتان فى جهة واحدة مساويتين لقائمتين فان الخطين متوازيان مثاله ان خطى اب جد وقع عليهما خط هز فاحاط معهما [بزو]ايا على ما حددنا فاقول ان خطى اب جد متوازيان ∴ برهانه انه ان كان خط هز عمودًا فظاهِرٌ ان خطى اب جد متوازيان لما قيل فى الشكل الثانى مِن هذه الاشكال الزائدة وان لم يكن خط هز عمودًا فانا نُخرج مِن نقطة ه الى

---

[1] In codice: طز هك

anguli, qui ad eos exsistunt, recti fiant. Linea $E\Theta$ igitur lineae KZ parallela erit, quod ex propositione praecedenti sequitur. Est autem linea EK lineae ΘZ parallela; et duae lineae $E\Theta$, KZ distantiae inter illas sunt; itaque inter se aequales sunt. Quoniam igitur $\Theta Z = EK$ et $E\Theta = ZK$, et hae lineae angulos inter se aequales comprehendunt, duo trianguli inter se aequales erunt, et anguli reliqui angulis reliquis aequales erunt. Ergo angulus ΘZE angulo ZEK aequalis est, qui alterni sunt. Et angulus ΘZE ex I, 15 angulo HZD aequalis est, quoniam ad sectionem linearum positi sunt. Ergo angulus ZEK angulo HZD aequalis, exterior interiori et opposito aequalis. Rursus quoniam iam demonstrauimus, angulos alternos inter se aequales esse, communi addito angulo DZE anguli ΘZE, EZD, qui duobus rectis aequales sunt, angulis KEZ, DZE aequales sunt. Ergo duo anguli, qui ad eandem partem positi sunt, duobus rectis aequales sunt. Q. n. e. d.



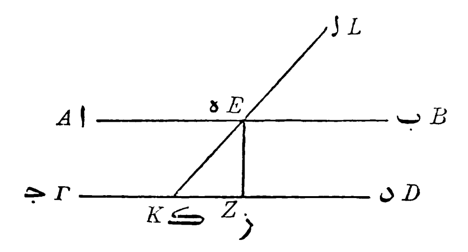
Propositio quarta Gemini. Si linea recta ad duas lineas rectas ducitur ita, ut aut duo anguli alterni, quos illa cum duabus lineis comprehendit, inter se aequales sint, aut angulus exterior angulo interiori et opposito aequalis sit, aut duo anguli interiores ad eandem partem positi duobus rectis aequales sint, duae illae lineae inter se parallelae erunt.

Exemplificatio. In duas lineas AB, GD linea EZ ita cadit, ut cum iis angulos eius modi, quales descripsimus, comprehendat. Dico, duas lineas AB, GD inter se parallelas esse.

Demonstratio. Si linea EZ [ad utramque] perpendicularis est, ex eo, quod in propositione secunda propositionum additarum dictum est, manifestum erit, duas lineas AB, GD

خط جد عمود هك فان كانت زاوية ه قائمة فظاهرٌ ايضًا ان خطى اب جد متوازيان لما قيل فى الشكل الثانى مِن هذه الاشكال الزائدة وان لم تكن زاوية ه قائمة فانا نخرج مِن نقطة ه عمودًا على خط هك كما بيّن ببرهان يا مِن ا وليكن عمود هل فيكون خطا هل جد متوازيين فزاويتاهما المتبادلتان متساويتان وذلك كما بيّن فى الشكل الثالث مِن هذه الاشكال الزائدة فاذن كل واحدة مِن زاويتى زهب زهل مساوية لزاوية جزه وذلك غيرُ ممكن فخطا اب جد متوازيان وذلك ما اردنا ان نبيّن وبحسب اوضاع اغانيس فانه قال ويصيّر الشكل الحادى والثلثون نُريد ان نخرج مِن نقطة مفروضةٍ خطًا موازيًا لخطٍ مفروضٍ والشكل الثانى والثلثون السطوح المتوازية الاضلاع اضلاعها المتقابلة متساوية والشكل الثالث والثلثون الخطوط الموازية لخط واحد هى متوازية والربع والثلثون الخطوط المستقيمة التى تصل بين الخطوط المتساوية المتوازية هى متساوية متوازية والخامس والثلثون اذا وقع خطٌ مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان الداخلتان اللتان فى جهة واحدة اصغر مِن قائمتين فان الخطين اذا أُخرجَا فى جهة الزاويتين التين هما اقل مِن قائمتين التقيا مثاله ان خطى اب جد المستقيمين وقع عليهما خط هز المستقيم فصارت الزاويتان اللتان فى خهة بد اصغر مِن قائمتين فاقول ان خطى اب جد يلتقيان فى تلك الجهة برهانه انا نُجيزُ على نقطة ز خطاً موازيًا لخط اب كما بُيّن اخراجُه ببرهان اوقليدس فى لا مِن ا وليكن خط زح ونُخرج البُعد بينهما بحسب برهان يا مِن ا

inter se parallelas esse. Sin linea EZ perpendicularis non est, a puncto E ad lineam GD lineam EK perpendicularem ducimus. Iam si angulus E rectus est, sic quoque ex eo, quod in propositione secunda propositionum additarum dictum est, manifestum, duas lineas AB, GD inter se parallelas esse. Sin angulus E rectus non est, a puncto E ad lineam EK lineam perpendicularem ducimus, ita ut in I, 11 demonstratum est, quae sit EL. Quare duae lineae EL, GD inter se parallelae et anguli alterni inter se aequales erunt, sicut in propositione tertia propositionum additarum demonstratum est. Itaque uterque angulus ZEB, ZEL angulo GZE aequalis est. Quod fieri non potest. Ergo duae lineae AB, GD inter se parallelae sunt. Q. n. e. d.



His rationibus Geminus dicit ostendi etiam propositiones XXXI*) (a puncto dato linea datae lineae parallela ducenda est) et XXXII (in spatiis, quorum latera parallela sunt, latera inter se opposita aequalia sunt) et XXXIII (lineae eidem lineae parallelae inter se parallelae sunt) et XXXIV (lineae rectae, quae lineas inter se aequales et parallelas coniungunt, inter se aequales et parallelae sunt) et XXXV (si linea recta in duas lineas rectas ita incidit, ut anguli interiores, qui ad eandem partem positi sunt, duobus rectis minores sint, duae illae lineae in eam partem productae, in qua duo anguli duobus rectis minores positi sunt, concurrent).

Exemplificatio. In duas lineas rectas AB, GD recta linea EZ ita incidit, ut duo anguli ad partes B, D positi duobus rectis

*) Scilicet ex dispositione Gemini, qui post Euclidis prop. XXVI quattuor illas propositiones interposuit (u. supra p. 121). Propositiones XXXI–XXXIV Gemini apud Euclidem sunt XXXI, XXXIV, XXX, XXXIII.

وهو خط زه ونفرض على خط زد نقطة كيف ما وقعت ولتكن
نقطة ط ونُخرج مِن نقطة ط عمودًا على خط زه كما بيّن ببرهان 17 r.
يا مِن ا وليكن خط طى ونقسم خط زه بنصفين كما بيّن
ببرهان ي مِن ا ونقسم ايضا نصفه بنصفين و لا نزال نفعل ذلك
دائمًا حتى تقع القسمة دون نقطة ى فلتقع القِسمَة على نقطة م
فمِن البيّن ان نقطة م يقع على قسم يُنطقُ به مِن خط هز
فلننزل ان القسم الذى يقع دون نقطة ى هو رُبع زه مثلاً ولنُجِزْ
على نقطة م خطًا موازيًا لخطى زح اب وهو خط من كما بيّن
ببرهان لا مِن ا ونخرج خط زد اخراجًا غير محدود ونجعل فى زق
مِن اضعاف زن كاضعاف هز لمقدار زم وهو اربعة اضعافٍ فاقول ان
خطى اب جد يلتقيان على نقطة ق برهان ذلك انا نفصِل مِن
خط زق خطا مساويا لخط زن كما بُيّن ببرهان ج مِن ا وليكن
خط نس ونخرج على نقطة س خطا موازيا لخط زه وهو خط س ش
ونخرج خط من الى نقطة ع فيكون مثلثا زمن نسع ضلعان مِن
اضلاعهما متساويان وهما زن [ن]س وزاوية زنم مساوية لزاوية
عنس وذلك بيّن ببرهان يه مِن ا وببرهان الشكل الثالث
الموضوع مِن اوضاع اغانيس مِن هذه المقدمات تكون زاوية
مزن مساوية لزاوية نسع لانهما المتبادلتان فبحسب برهان كو
مِن ا يكون باقى الاضلاع مثل باقى الاضلاع كل ضلع مساوٍ
لنظيره والزاوية الخارجة مساوية للزاوية الباقية فضلع زم مثل ضلع
سع وضلع عش مثل ضلع زم لانه مقابل له فى سطح متوازى
الاضلاع فخط س ش ضعف خط زم فان اخرجنا مِن نقطة ق خطا

minores sint. Dico, duas lineas AB, GD in hanc partem concurrere.

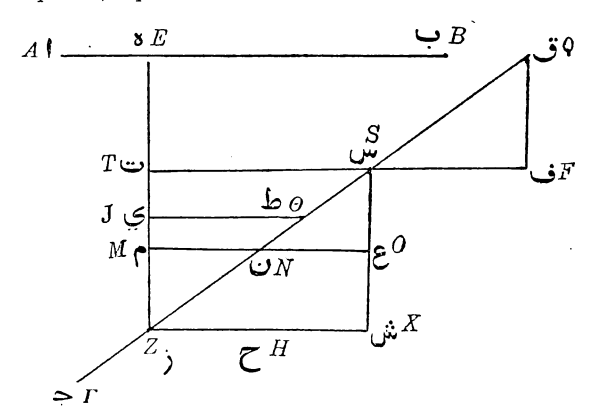
Demonstratio. Per punctum Z lineam lineae AB parallelam ducimus ita, ut Euclides in I. 31 demonstrauit, quae linea sit ZH. Et ex I, 11 distantiam inter eas lineam ZE ducimus. In linea ZD punctum quodlibet datum sit Θ, et a puncto Θ ex I, 11 lineam ΘI ad lineam ZE perpendicularem ducimus. Linea ZE ex I, 10 in duas partes aequales diuisa rursus partem dimidiam in duas partes aequales diuidimus, et hoc semper deinceps facimus, donec punctum diuisionis infra punctum I cadat. Cadat hoc punctum in puncto M. Itaque manifestum est, punctum M in partem rationalem lineae EZ cadere. Supponamus partem, quae infra I cadat, esse ut partem quartam, et ex I, 31 per punctum M lineam MN lineis ZH, AB parallelam ducamus. Linea ZD in infinitum producta ZQ in partes aequales lineae ZN diuidimus eodem modo, quo lineam EZ in partes lineae ZM aequales diuisimus, quae sunt partes quattuor. Dico, lineas AB, GD in punctum Q concurrere.

Demonstratio. A linea ZQ ex I, 3 linea NS lineae ZN aequali abscisa per punctum S lineae ZE parallelam ducimus SX et lineam MN ad punctum O producimus. Itaque in duobus triangulis ZNM, NSO duo latera ZN, $[N]S$ inter se aequalia sunt. Est autem angulus ZNM angulo ONS aequalis, quod in I, 15 demonstratum est. Et ex propositione tertia a Gemino in prolegomenis suis supra*) exposita angulus MZN angulo NSO aequalis est, quia anguli alterni sunt. Itaque ex I, 26 reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri, aequalia sunt, et angulus extrinsecus positus [scr. reliquus] angulo reliquo aequalis; quare $ZM = SO$. Uerum OX lateri ZM aequale est, quia in spatio, cuius latera parallela sunt, ei oppositum est; linea SX igitur linea ZM duplo maior est. Iam a puncto Q lineam duabus lineis EZ, SX parallelam ducimus, et per punctum S lineam TS in directum

*) P. 123.

موازيًا لخطى هز سش واجزنا على نقطة س خط تس على استقامة
يُوازى خط اب ويلقى الخط المخرج مِن نقطة ق الموازى لخط هز
فبيّن انه نفصل منه خطًا مساويًا لخط زت فلنخرجْهُ وليكن خط
فق فيكون خط فق مساويًا لخط تز لان سق مثل سز وزاوية
تسز مثل زاوية قسف وزاوية فقس مثل زاوية تزس المتبادلتان
فبحسب بُرهان كو مِن ا يكون فق مثل زت لكن زت مثل
ته فخط فق مثل ته فخط اهب يلقى خط فق على نقطة ق
وذلك بحسب ما رتّب اغانيس فى موضع الشكل الذى يقول انّ
الخطوط التى تصل بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية هى
متوازية متساوية فقد تبيّن انه اذا وقع خط مستقيم على خطين
مستقيمين فكانت الزاويتان الداخلتان اللتان فى جهة واحدة
اقلَ مِن زاويتين قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى جهة الزاويتين
اللتين هما اقل مِن قائمتين التقيا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
كل ما وَصَفَهُ فى هذا الشكل و فى مقدماته التى تقدّمها فهى
مقبولة قبولَ اصطرار بحسب مصادرة المقالة الاولى وبحسب الاشكال
التى رتّبها اغانيس مِن الاشكال التى زادها مِن عنده مع
اشكال اوقليدس وليس فى شى مما اتى به موضعٌ للطعن بتّةً
قال سنبليقيوس فهذا كلامُ اغانيس بالفاظه ولعلّ اوقليدس انما 17 u.
استعمل هذا المعنى فى المصادرات على انّه اقربُ ماخذًا مِن هذا
الماخذ وذلك انه ان كانت الخطوطُ المتوازية هى التى فى سطح
واحد واذا اخرجت فى الجهتين جميعًا اخراجًا دائمًا كان البعد
بينهما ابدًا متساويًا فان هذا القول اذا عُكِس كان عكسُه حقًا

producimus, quae parallela erit lineae AB et lineam a puncto Q lineae EZ parallelam ductam secat. Demonstratum est igitur, ab ea lineam lineae ZT aequalem abscisam esse. Eam ducamus, sitque linea FQ. Linea enim FQ lineae TZ aequalis est, quia $SQ = SZ$, $\angle TSZ = \angle QSF$ et $\angle FQS$ angulo TZS aequalis, quia anguli alterni sunt. Itaque ex I, 26 est $FQ = ZT$. Uerum $ZT = TE$; quare $FQ = TE$, et linea AEB in puncto Q cum linea FQ concurrit. Hoc enim ex dispositione Gemini ex ea propositione sequitur, quae est: lineae, quae terminos linearum inter se aequalium et parallelarum conjungunt, et ipsae inter se parallelae et aequales sunt.*) Ergo iam demonstratum est, si recta in duas rectas ita incidat, ut anguli interiores ad eandem partem positi duobus rectis minores sint, duas illas rectas in eam partem productas, ubi anguli duobus rectis minores positi sint, concurrere. Q. n. e. d.



Omnia, quae scripsit in hac propositione et in iis, quae praemittuntur, omnino probanda sunt ex initio libri primi et ex propositionibus, quas Geminus disposuit de suo adiectas una cum propositionibus Euclidis, nec in iis, quae exposuit, locus obloquendi ullus omnino relictus est.

Simplicius dixit: Haec uerba ipsa Gemini. Fortasse autem Euclides hanc notionem ideo tantum inter postulata posuit, quod a principiis propius abest quam illa. Si enim parallelae lineae eae sunt, quae in eodem plano po-

*) Gemini prop. XXXIV (supra p. 127.) = Eucl. I, 33.

وهو ان الخطوط التى فى سطح واحد اذا لم يكن البعد بينهما متساويًا فليست متوازيةً واذا لم تكن متوازية فهى متلاقية فان اوقليدس استعمل هذا المعنى فى هذا الشكل كانّها مِن القضايا الواجب قبولُها والخطوط التى تخرجُ على اقل مِن زاويتين قائمتين ليس تحفظ بُعدًا واحدًا فهى اذن متلاقية وظاهرٌ انّ تلاقِيَها تكون فى جهة ميل احدِهما الى الاخر فان الجهة الاخرى ينفرجان فيها ويتّسِعاَن ويتزيّدُ البعد بينهما ولكن من اجل انّ القولَ بان الخطين اذا لم يكونا متوازيين فهما يلتقيان يحتاج الى [ان] يُقُوسَى ويُبيّن وايضًا لانّ قطوع المخروطات ليست متوازيةً وهى لا يلتقى ذكرَ اغانيس تلك المقدّمة واستعمل هذه الاشكال وايضًا فان هذا ال[معنـ]ى هو عكسُ الشكل الذى يقال فيه ان الخطين المستقيمين اللذين اذا وَقعَ عليهما خط مستقيم كانت الزاويتان الداخلتان معادلتين لقائمتين فهما متوازيان فإن كان هذا الشكل قد بيّن ببرهان فهذا المعنى ايضًا يحتاج [الى] ان يُبيَّنَ ببرهانٍ فقد اَحضرنا كل شى يُمكن ان يقال فى الخطوط المتوازية وصُحّ الامرُ فيها ∴

الشكل التاسع والعشرون مِن المقالة الاولى [1]

اذا أُخرج[2] خط (ع) مستقيمٌ على خطين مستقيمين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان(ط) والزاويتان(ط) الخارجةُ والداخلةُ

[1]) In margine: هذا عكس السابع والثامن والعشرين: Inuersio est propositionum XXVII et XXVIII.

[2]) In margine: وقع: incidit.

sitae sunt, et quarum distantia, si simul in utramque partem in infinitum producuntur, semper eadem manet, etiam contrarium hac definitione conuersa constabit, si distantia duarum linearum in eodem plano positarum eadem non maneat, eas inter se parallelas non esse et ideo concurrere. Et Euclides in hac propositione hac notione usus est ut ad eas pertinenti, quæ necessario admittendae sunt: lineae, quae ad minus quam duos rectos ducuntur, eandem distantiam non seruant et ideo concurrunt. et adparet, concursum earum ad eam partem uersus fieri, ubi altera ad alteram inclinat, ad alteram uero partem eas inter se longius discedere et remoueri, distantiamque augeri. Sed quoniam enuntiatio illa, duas rectas, si parallelae non sint, concurrere, confirmari et demonstrari debet, et etiam quia [asymptotae et] coni sectiones*) nec inter se parallelae sunt nec concurrunt, Geminus haec praemisit et has propositiones exposuit. Ceterum haec notio conuersio est eius propositionis, quae dicit, si duae rectae a recta ita secentur, ut anguli interiores duobus rectis aequales sint, rectas illas parallelas esse, et quoniam illa propositio demonstratione confirmata est, etiam haec notio demonstratione confirmanda est. Iam omnia exposuimus, quae de lineis parallelis dici possunt, et quae ad eas pertinent, adcurate explicata sunt.

Propositio XXIX libri primi.

Si linea recta in duas lineas rectas inter se parallelas ducitur, duo anguli alterni inter se aequales sunt, et anguli oppositi, exterior et interior, inter se æquales sunt, et summa duorum angulorum interiorum ad alterutram partem positorum duobus rectis aequalis est.

Exemplificatio. Duae lineae AB, GD inter se parallelae sunt, et in eas ducta est linea recta ZE. Dico, duos angulos alternos $AH\Theta$, $H\Theta D$ inter se aequales esse, et duos angulos

*) Cfr. Proclus p. 177, 15 sq.

التى تُقابلُها متساويتان والزاويتان (ط) الداخلتان فى اى الجهتين كانتا فان مجموعَهما يعدلُ مجموعَ زاويتين قائمتين مثاله ان خطى اب جد متوازيان وقد أُخرج عليهما خط مستقيم وهو زه فاقول ان زاويتى احط حطد المتبادلتين متساويتان وان زاويتى هحب حطد الخارجة والداخلة المتقابلتين متساويتان وانّ مجموع زاويتى بحط حطد الداخلتين اللتين فى جهة واحدة معادلتان لمجموع زاويتين قائمتين برهانه انا نبيّن اولاً ان زاوية احط مساوية لزاوية حطد المتبادلتين فان لم يكن مثلها فاحداهما اعظم فلتكُن زاوية احط اعظم ان كان يمكن ونجعل زاوية بحط مشتركة فمجموع زاويتى احط بحط اعظم مِن مجموع زاويتى بحط حطد لكن بحسب برهان يج مِن ا يكون مجموع زاويتى احط بحط مثل زاويتين قائمتين فمجموع زاويتى بحط حطد اصغرُ مِن مجموع زاويتين قائمتين لكن بحسب ما صادر به اوقليدس[1] وبحسب ما برهن عليه اغانيس فى الاشكال المتقدّمة انه اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فكانت الزاويتان الداخلتان اللتان فى جهة واحدة اقل مِن قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى جهة الزاويتين اللتين هما اقل مِن قائمتين التقيا فخطا اب جد اذن يلتقيان فى جهة نقطتى بد وهما متوازيان فهذا مُحال غير مُمكن فليسَ يُمكن ان تكون زاوية (زاوية) احط اعظم مِن زاوية حطد ولا اصغر منها فهى اِذن مساوية لها فزاوية احط مساوية لزاوية حطد المتبادلتان وايضا فلان خطى اب هز يتقاطعان على نقطة ه (ح .s) فبحسب برهان يه مِن ا تكون زاوية

oppositos EHB, $H\Theta D$, exteriorem et interiorem, inter se aequales esse, et summam duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ summae duorum rectorum angulorum aequalem esse.

Demonstratio. Primum demonstrabimus, angulos alternos aequales esse, $\angle AH\Theta = \angle H\Theta D$. Nam si aequales non sunt, alteruter eorum maior est. Sit angulus $AH\Theta$ maior, si fieri potest. Angulum $BH\Theta$ communem adiicimus. Itaque $AH\Theta + BH\Theta > BH\Theta + H\Theta D$. Uerum ex I, 13 summa duorum angulorum $AH\Theta$, $BH\Theta$ duobus rectis aequalis est; quare etiam summa duorum angulorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ minor erit summa duorum rectorum. Sed ex eo, quod postulauit Euclides*), et quod Geminus in propositionibus, quas præmisit, demonstrauit, efficitur, si recta in duas rectas incidente anguli interiores ad alteram partem positi duobus rectis minores sint, duas illas rectas concurrere ad eam partem uersus productas, ubi duo anguli duobus rectis minores sint. Itaque duae lineae AB, GD ad partes duorum punctorum B, D uersus concurrent. At parallelae sunt. Itaque hoc absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut angulus $AH\Theta$ angulo $H\Theta D$ maior sit. Uerum ne minor quidem est**). Ergo ei æqualis est, et duo anguli alterni $AH\Theta$, $H\Theta D$ aequales sunt.

Rursus quoniam duae lineae AB, EZ in puncto H inter se

---

[1]) In margine est: قال ايرن يعنى قوله اذا وقع خط مستقيم (على) خطين مستقيمين فصيّم الزاويتين اللتين فى جهة واحدة اصغر مِن قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة فلا بُدَّ مِن ان يلتقيا ∴

Heron dixit: Significat uerba, quae sunt: Si in duas rectas recta ita inciderit, ut duos angulos ad eandem partem positos duobus rectis minores efficiat, fieri non potest, ut duae illae lineae ad hanc partem productae non concurrant. (Post. 5).

*) Post. 5.

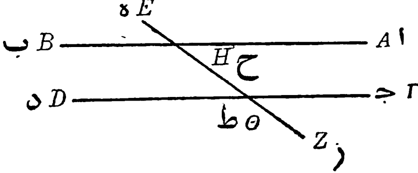
**) Hoc minus adcurate addidit Arabs (u. supra lin. 7: alteruter)

احط مساوية لزاوية هحب لكن زاوية احط قد بيّنّا انها مساوية 18 r.
لزاوية حطد والمساوية لشى واحد فهى متساوية فزاوية هحب الخارجة
مثل زاوية حطد الداخلة المتقابلتان وايضًا فقد تبيّن ان زاوية
هحب الخارجة مثل زاوية حطد الداخلة فنجعل زاوية بحط مشتركة
فمجموع زاويتى هحب بحط مثل مجموع زاويتى بحط حطد
لكن مجموع زاويتى هحب بحط مثل مجموع زاويتين قائمتين
ببرهان يج مِن ا فمجموع زاويتى بحط حطد اذن مثل مجموع
زاويتين قائمتين وهما فى جهة واحدة فقد تبيّن انه اذا أُخرج
خط مستقيم على خطين مستقيمين متوازيين فان الزاويتين
المتبادلتين متساويتان والزاويتان الداخلة والخارجة التى تُقابلها
متساويتان والزاويتان الداخلتان فى اى الجهتين كانتا فان
مجموعهما مثل مجموع زاويتين قائمتين وذلك ما اردِ[نا ا]ن نبيّن ∴

الشكل الثلثون مِن المقالة الاولى

كل الخطوط المستقيمة الموازية لخط مستقيم فهى متوازية(ط)
مثاله ان خطى اب جد موازيان لخط هز فاقول ان خطى اب جد
متوازيان برهانه انا نُخرج على خطوط اب جد هز خط حط كيف
مَا خرج فقد أُخرج خط حط على خطين مستقيمين متوازيين
وهما خطا اب هز فبحسب برهان يط مِن ا تكون زاويتا اكل
كلز المتبادلتان متساويتين وايضا فانه قد أُخرج خط حط على
خطّين متوازيين وهما خطا هز جد فزاوية حلز الخارجة مثل زاوية
لمد الداخلة وذلك ايضا بحسب برهان يط مِن ا لكنّا قد بيّنّا
ان زاوية حلز مساوية لزاوية اكل والمساوية لشى واحد فهى

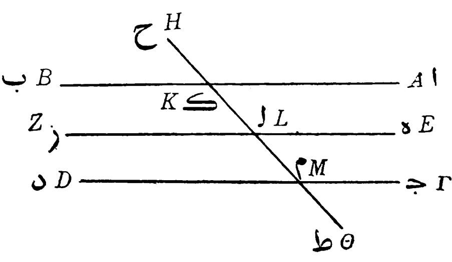
secant, ex I, 15 angulus $AH\Theta$ angulo EHB aequalis erit. Iam autem demonstrauimus, angulum $AH\Theta$ angulo $H\Theta D$ aequalem esse; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque duo anguli oppositi inter se aequales sunt, angulus EHB exterior angulo $H\Theta D$ interiori. Et iam demonstratum est, angulum EHB exteriorem angulo $H\Theta D$ interiori aequalem esse. Iam angulum $BH\Theta$ communem adiicimus. Itaque summa duorum angulorum EHB, $BH\Theta$ summae duorum angulorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ aequalis est. Uerum summa duorum angulorum EHB, $BH\Theta$ ex I, 13 summae duorum rectorum aequalis est. Itaque summa duorum angulorum $BH\Theta$, $H\Theta D$ summae duorum rectorum aequalis est; et ad eandem partem positi sunt. Ergo demonstratum est, si recta in duas rectas inter se parallelas ducatur, angulos alternos inter se aequales esse, et angulos oppositos interiorem et exteriorem inter se aequales esse, et summam angulorum interiorum ad alterutram partem positorum summae duorum rectorum aequalem esse. Q. n. e. d.



Propositio XXX libri primi.

Omnes lineae rectae lineae rectae parallelae inter se parallelae sunt.

Exemplificatio. Duae lineae AB, GD lineae EZ parallelae sunt. Dico, duas lineas AB, GD inter se parallelas esse.



Demonstratio. Ad lineas AB, GD, EZ quolibet modo lineam $H\Theta$ ducimus. Linea $H\Theta$ igitur ad duas lineas rectas inter se parallelas AB, EZ ducta est; itaque ex I, 19 duo anguli alterni AKL, KLZ

متساوية اكل اذن مساوية لزاوية لمد فقد أُخرج على خطى اب
جد خط حط فصيّر الزاويتين المتبادلتين متساويتين فبحسب
برهان كز مِن ا يكون خط اب موازيًا لخط جد فقد نبيّن ان
الخطوط المستقيمة الموازية لخط مستقيم فهى متوازية ايضا وذلك
ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادى والثلثون مِن المقالة الاولى

نُريد ان نبيّن كيف نُجيز على نقطة مفروضة خطًّا موازيًا
لخط مستقيم مفروض فنجعل النقطة المفروضة نقطة ا والخط
المفروض خط بج ونُريد (ونُريد) ان نُبيّن كيف نجيز على نقطة ا
خطا مستقيمًا موازيًا لخط بج فنُخرج على نقطة ا وعلى خط بج
خطًّا كيف ما خرجَ وليكن خط اد ونعمل على خط اد وعلى
نقطة ا زاوية مساوية لزاوية ادج كما عُمِل ببرهان كج مِن ا
وليكن زاوية داه ونخرج خط اه على استقامةٍ الى ز فلان خط اد
قد أُخرج على خطى بج هز فصيّر الزاويتين المتبادلتين متساويتين
فبحسب برهان كز مِن ا يكون خط بج موازيًا لخط هز فقد
اجزنا على نقطة ا خطًّا موازيًا لخط بج وهو خط هز وذلك ما
اردنا ان نبيّن ∴

شكل مضافٌ الى هذا الشكل

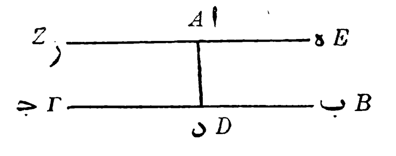
وكان موضعُه تالى الشكل العاشر ولكن لما كان 18 u.

inter se aequales erunt. Rursus linea $H\Theta$ ad duas lineas inter se parallelas EZ, GD ducta est; quare angulus HLZ exterior ex eadem I, 19 angulo LMD interiori aequalis erit. Iam autem demonstrauimus, angulum HLZ angulo AKL aequalem esse; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; ergo angulus AKL angulo LMD aequalis est. Ad duas igitur lineas AB, GD linea $H\Theta$ ita ducta est, ut duos angulos alternos inter se aequales efficiat. Itaque ex I, 27 linea AB lineae GD parallela est. Ergo iam demonstrauimus, lineas rectas lineae rectae parallelas inter se quoque parallelas esse. Q. n. e. d.

Propositio XXXI libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo per punctum datum lineam datae rectae parallelam ducamus.

Punctum datum ponimus punctum A et datam lineam lineam BG. Demonstrare uolumus, quo modo per punctum A lineae BG parallelam lineam rectam ducamus. Per punctum A et per lineam BG quolibet modo lineam ducimus, quae sit linea AD. Et ad lineam AD et punctum A angulum angulo ADG aequalem construimus, ita ut in I, 23 construximus, qui sit angulus DAE; et lineam EA in directum ad Z producimus. Iam quoniam linea AD ad duas lineas BG, EZ ita ducta est, ut angulos alternos inter se aequales efficiat, ex I, 27 linea BG lineae EZ parallela erit. Itaque per punctum A lineam EZ lineae BG parallelam duximus. Q. n. e. d.



Propositio ad hanc propositionem addenda.

Locus eius erat post prop. X, quia in I, 12 opus erat linea in tres partes aequales diuisa;*) sed quoniam demonstratio per

*) Hoc in I, 12 non usurpatur.

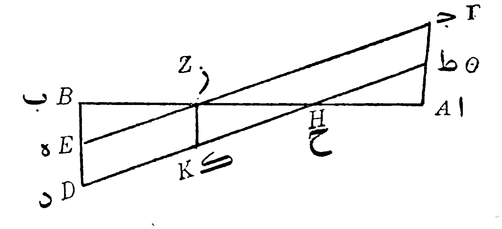
برهانه يتمّ بعد هذا الشكل كان الوجهُ فيه ان يتلوُهُ لان قسمة خط بثلثة اقسام متساوية يُحتاجُ اليها فى يب مِن ا فليكن الخط اب ونُقيم على نقطتى اب عمودى اج بد باىّ مقدار شينا وليكونا متساويين ونقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتى ەط ونُخرج خطى جزه طحد ونُخرج مِن نقطة ز خطا يُوازى عمودى اج بد وليكن خط زك فلان اج يُوازى بد اعنى جط يُوازى ەد ويُساويه والخطوط التى تصل بين اطراف الخطوطِ المتوازية متوازية ايضا ومتساوية فخطا جه طد متساويان ومتوازيان وخط زك قد أُخرج موازيًا لخط جط وخط جز يُوازى خط طك فخط زك اذن يُساوى خط جط لان السطوح المتوازية الاضلاع فان كُلّ ضلعين منها يتقابلان متساويان فخط زك اذًا يساوى طا ويُوازيه وقد وقع عليهما از فزاويتا جاز حز[ك] المتبادلتان متساويتان وزاوية جاز قائمة فزاوية حزك قائمةٌ وزاوية حكز مثل زاوية اطح لانهما المتبادلتان فمثلثا اطح زحك تساوى زاويتان مِن احدهما زاويتين مِن الاخر كل زاويةٍ ونظيرتها وقاعدة طا مساوية لقاعدة كز فمثلث اطح مثل مثلث حكز وسائر الاضلاع مثل سائر الاضلاع فخط اح مثل خط زح وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان مثلث زكح مثل مثلث بەز لان قاعدة كز مثل قاعدة به وزاويتا حزك زبه قائمتان وزاوية حكز مثل زاوية كده اعنى مثل زاوية زەب[1] فسائر الاضلاع مثل سائر الاضلاع اعنى حز مثل

---

[1]) In margine: ببرهان ٢٩

hanc propositionem*) perficitur, methodice post hanc erat collocanda.

Sit linea AB. A duobus punctis A, B duas perpendiculares cuiusuis magnitudinis erigimus, quae inter se aequales sint. Utramque ad puncta E, Θ in binas partes aequales diuidimus, et duas lineas GZE, ΘHD ducimus. Et a puncto Z lineam ducimus, quae duabus perpendicularibus AG, BD parallela est, quae sit linea ZK. Iam quoniam AG rectae BD parallela est, hoc est $G\Theta$ rectae ED parallela, et eadem ei aequalis, et lineae, quae terminos linearum inter se parallelarum [et aequalium] coniungunt, inter se quoque parallelae et aequales sunt, duae lineae GE, ΘD inter se aequales et parallelae sunt. Linea ZK autem lineae $G\Theta$ parallela ducta est, et linea GZ lineae ΘK parallela est. Ergo ZK lineae $G\Theta$ aequalis est, quoniam spatiorum, quorum latera inter se parallela sunt, bina latera opposita inter se aequalia sunt. Ergo linea ZK lineae ΘA aequalis est. Sed eadem ei parallela est, et AZ in eas incidit. Quare duo anguli alterni GAZ, $HZ[K]$ inter se aequales sunt. Angulus autem GAZ rectus est; itaque etiam HZK rectus. Et angulus HKZ angulo $A\Theta H$ aequalis est, quia alterni anguli sunt. Itaque in duobus triangulis $A\Theta H$, ZHK duo anguli alterius duobus angulis alterius alter alteri aequales sunt; et basis ΘA basi KZ aequalis est; itaque triangulus $A\Theta H$ triangulo HKZ aequalis est, et reliqua latera reliquis lateribus aequalia sunt. Itaque linea AH lineae ZH aequalis est. Eodem modo, quo in hac demonstratione, demonstrari potest, triangulum ZKH triangulo BEZ aequalem esse, quia basis KZ basi BE aequalis est, et duo anguli HZK, ZBE recti sunt, et angulus HKZ angulo KDE aequalis



*) H. e. prop. 31; sed in demonstratione etiam prop. 33 usurpatur.

زب فاقسام اح حز زب متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن وعلى هذا السبيل يقسم باى اقسام شينا الى غير نهاية ∴

الشكل الثانى والثلثون مِن المقالة الاولى

كل مثلث يخرج (ع) ضِلع مِن اضلاعِهِ على استقامَةٍ فان الزاوية التى تحدث خارج المثلث مثل (ط) مجموع زاويتيه الداخلتين اللتين تقابلانها وزوايا المثلث الثلث اذا جُمِعَت مثل مجموع زاويتين قائمتين مثاله ان مثلث ابج قد أُخرج ضِلعٌ مِن اضلاعِهِ وهو ضلع بج على استقامَةٍ الى نقطة د فاقول ان زاوية اجد مثل مجموع زاويتى ابج باج وان زوايا ابج بجا جاب الثلث اذا جُمِعَت مساوية لمجموع زاويتين قائمتين برهانه انا نُخرج مِن نقطة ج خط جه موازيا لضلع با كما بُيّن اِخراجُه ببرهان لا مِن ا فخط اج مُخرج على خطى اب جه المتوازيين فببرهان كط مِن ا زاويتا باج اجه المتبادلتان متساويتان وايضا فانّه قد أُخرج خط بجد على خطى اب جه المتوازيين فزاويتا ابد هجد المتقابلتان متساويتان وذلك ببرهان كط مِن ا وقد بيّنّا ان زاوية اجه مساوية لزاوية باج فنجعلُ زاوية اجب مشتركة فمجموع زاويتى اجد اجب مساوية لمجموع زوايا اجب ابج باج الثلثة لكن مجموع زاويتى اجب اجد مثل زاويتين قائمتين بحسب برهان يج مِن ا 19 r. فزوايا المثلث الثلث اعنى اجب ابج باج اذا جُمعت مثل مجموع زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

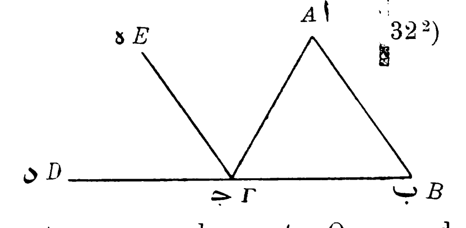
est, h. e. angulo ZEB.[1]) Quare reliqua latera reliquis lateribus aequalia sunt, uelut $HZ = ZB$, et partes, quae sunt AH, HZ. ZB inter se aequales sunt. Q. n. e. d. Et eo modo linea in quotlibet partes in infinitum diuidi potest.

Propositio XXXII libri primi.

Si in quouis triangulo latus quoduis eius in directum producitur, angulus extra triangulum positus summae duorum angulorum eius interiorum et illi oppositorum aequalis erit, et tres anguli trianguli coniuncti summae duorum rectorum aequales erunt.

Exemplificatio. Latus quoduis BG trianguli ABG in directum ad punctum D producatur. Dico, angulum AGD summae duorum angulorum ABG, BAG aequalem esse, et tres angulos ABG, BGA, GAB coniunctos summae duorum rectorum aequales esse.

Demonstratio. A puncto G lineam GE lateri BA parallelam ducimus, ita ut in I, 31 demonstratum est. Linea AG igitur in duas lineas parallelas AB, GE incidit. Itaque ex I, 29 duo anguli BAG, AGE alterni inter se aequales sunt. Rursus linea BGD in duas lineas inter se parallelas AB, GE ducta est; quare ex I, 29 duo anguli ABD, EGD oppositi inter se aequales sunt. Iam autem demonstrauimus, angulum AGE angulo BAG aequalem esse.*) Itaque communi addito angulo AGB erit $AGD + AGB = AGB + ABG + BAG$.



Uerum ex I, 13 summa duorum angulorum AGB, AGD duobus rectis aequalis est. Ergo tres anguli trianguli AGB, ABG, BAG coniuncti summae duorum rectorum aequales sunt. Q. n. e. d.

---

[1]) In margine: in dem. XXIX.
*) Deest: quare $\angle AGD = BAG + ABG$.
[2]) Hinc scriba figuras numeris notare incipit.

الشكل الثالث والثلثون مِن المقالة الاولى

الخطوط (ع) المستقيمة التى تصِلُ ما بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية (الاقدار)[1] فى كلتى الجهتين هى ايضا متوازية (ط) متساوية (الاقدار)[1] ∴ مثالهُ ان خطى اب جد متوازيان متساويان وقد وُصِل مَا بين اطرافهما بخطى اج بد فاقول ان خطى اج بد متوازيان متساويان برهانه انا نُخرج خط اد فخط اد قد أُخرجَ على خطى اب جد المتوازيين فببرهان كط مِن ا تكون زاويتا باد ادج المتبادلتان متساويتين وخط اب فُرِض مساويا لخط جد وناخذ خط اد مشتركًا فضِلعَا با اد مِن مثلث باد مساويان لضِلعَى جد دا مِن مثلث ادج وزاويه باد مساوية لزاوية ادج فببرهان د مِن ا يكون ضلع بد الباقى مِن مثلث ابد مثل ضلع اج الباقى مِن مثلث ادج وسائر الزوايا مثلُ سائر الزوايا كل زاوية مثل نظيرتها فزاوية ادب مساوية لزاوية جاد فقد أُخرج على خطى اج بد خط اد فصيّر زاويتى جاب ادب المتبادلتين متساويتين فببرهان كز مِن ا يكون خط اج موازيًا لخط بد وقد بيّنّا انه مساوٍ له فخطا اج بد متساويان ومتوازيان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع والثلثون مِن المقالة الاولى

كُلُ السطوح (ع) المتوازية الاضلاع فانّ كل ضلعين منها يتقابلان او زاويتين تتقابلان فهما متساويان (ط) والقطرُ يقطع (ط)

---

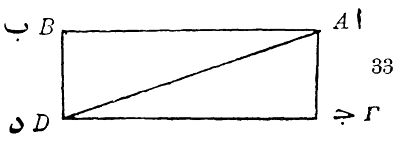
[1]) Haec uerba atramento rubro inserta.

Propositio XXXIII libri primi.

Rectae, quae terminos linearum inter se parallelarum et aequalium ad alterutram partem coniungunt, et ipsae inter se parallelae et aequales sunt.

Exemplificatio. Duae lineae AB, GD inter se parallelae et aequales sint, et termini earum duabus lineis AG, BD coniuncti sint. Dico, duas lineas AG, BD inter se parallelas et aequales esse.

Demonstratio. Lineam AD ducimus. Linea AD igitur in duas lineas inter se parallelas AB, GD incidit. Itaque ex I, 29 duo anguli alterni BAD, ADG inter se aequales sunt. Et linea AB lineae GD data est aequalis. Linea igitur AD communi sumpta duo latera BA, AD trianguli BAD duobus lateribus GD, DA trianguli ADG aequalia sunt; et angulus BAD angulo ADG aequalis. Itaque ex I, 4 BD reliquum latus trianguli ABD aequale est reliquo lateri AG trianguli ADG, et reliqui anguli reliquis angulis aequales alter alteri; quare $\angle ADB = \angle GAD$. Itaque in duas lineas AG, BD linea AD ita incidit, ut duos angulos alternos GAB (scr. GAD), ADB inter se aequales efficiat. Quare ex I, 27 linea AG lineae BD parallela est. Et iam demonstrauimus, eam ei aequalem esse. Ergo duae lineae AG, BD inter se aequales et parallelae sunt. Q. n. e. d.



Propositio XXXIV libri primi.

In spatiis parallelogrammis duo quaelibet latera opposita et anguli oppositi inter se aequalia sunt, et diametrus spatium in duas partes aequales diuidit.

Exemplificatio. In spatio parallelogrammo $ABGD$*) la-

*) Ita etiam cod. P apud Eucl. I p. 82, 3.

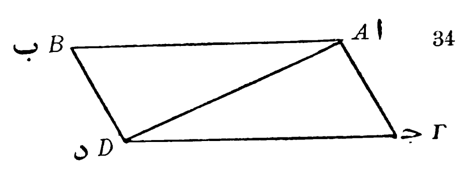
السطح بنصفين مثاله ان سطح اب جد متوازى الاضلاع ضلع اب موازٍ لضلع جد وضلع اج موازٍ لضلع بد وقد أُخرج قُطر اد فاقول ان ضلع اب مثل ضلع جد وضلع اج مثل ضلع بد وزاوية ا مثل زاوية د وزاوية ب مثل زاوية ج وقُطر اد يقسم سطح اب جد بنصفين فيصير مثلث ابد مثل مثلث اجد برهانه انه قد أُخرج على خطى اب جد المتوازيين خط اد فببرهان كط مِن ا تصير زاويتا باد ادج المتبادلتان متساويتين وايضا فقد أُخرج على خطى اج بد المتوازيين خط اد فببرهان كط مِن ا فان زاويتى جاد ادب المتبادلتين متساويتان فزاوية باد مِن مثلث ابد مثل زاوية ادج مِن مثلث اجد وناخذ ضلع اد مشتركًا فببرهان كو مِن ا فان الضلعين الباقيين مِن مثلث ابد مساويان للضلعين الباقيين مِن مثلث اجد كل ضلع مثل نظيره اب مثل جد واج مثل بد والزاويتان الباقيتان متساويتان ابد مثل اجد والمثلث مثل المثلث وقد بيّنا ان زاوية باد مساوية لزاوية ادج وزاوية ادب مساوية لزاوية جاد فزاوية باج باسرِها مساوية لزاوية بدج باسرِها وقد بيّنا ان خط اج مثل خط بد فقد تبيّن ان كل سطح متوازى الاضلاع فان كُلّ ضلعين منه يتقابلان او زاويتين تتقابلان فهما متساويان والقطر يقسم السطح بنصفين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

19 u.

الشكل الخامس والثلثون مِن المقالة الاولى

السطوح المتوازية الاضلاع اذا كانت على قاعدة واحدة وبين (ع) خطين متوازيين فهى [ط] متساوية مثاله ان سطحى اب جد هز جد

tus AB lateri GD parallelum sit, et latus AG lateri BD, et ducta sit diametrus AD. Dico, esse $AB = GD$, $AG = BD$ et $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle G$, et diametrum AD spatium $ABGD$*) in duas partes aequales diuidere, ita ut triangulus ABD triangulo AGD aequalis fiat.



Demonstratio. Ad duas igitur lineas AB, GD inter se parallelas linea AD ducitur; itaque ex I, 29 duo anguli alterni BAD, ADG inter se aequales sunt. Rursus ad duas lineas AG, BD inter se parallelas linea AD ducitur; itaque ex I, 29 duo anguli alterni GAD, ADB inter se aequales sunt. Et angulus BAD trianguli ABD angulo ADG trianguli AGD aequalis est, et latus AD commune. Quare ex I, 26 reliqua duo latera trianguli ABD reliquis duobus lateribus trianguli AGD aequalia sunt alterum alteri, $AB = GD$, $AG = BD$, et reliqui duo anguli inter se aequales sunt, $ABD = AGD$, et triangulus triangulo aequalis. Et quoniam demonstrauimus, esse $\angle BAD = ADG$, et $\angle ADB = GAD$, erit totus angulus BAG toti angulo BDG aequalis. Et demonstrauimus, esse $AG = BD$**). Ergo demonstratum est, in quouis spatio parallelogrammo quaelibet duo latera opposita et angulos oppositos inter se aequalia esse, et diametrum spatium in duas partes aequales diuidere. Q. n. e. d.

Propositio XXXV libri primi.

Spatia parallelogramma in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas posita inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Spatia $ABGD$, $EZGD$ parallelogramma

*) Cfr. codd. PV apud Eucl. I p. 82, 4.

**) Aut hoc omittendum erat, aut addendum etiam, esse $AB = GD$, ut supra demonstratum est.

متوازيا الاضلاع وهما جميعًا على قاعدة جد وبين خطين متوازيين
وهما از جد فاقول ان سطحى اب جد هز جد متساويان برهانه انه
قد أُخرِجَ على خطى اج بد المتوازيين خط ابز فببرهان كط
مِن ا تكون زاوية باج الداخلة مثل زاوية زبد الخارجة وايضا
فان سطحى اب جد هز جد فُرضا متوازيى الاضلاع فببرهان لد مِن
ا فان كل ضلعين يتقابلان متساويان وضلع اج مساوٍ لضلع
بد وضلع اب مساوٍ لضلع جد وضلع هز ايضًا مساوٍ لضلع جد
والمساوية لشى واحد فهى متساوية فخط اب مثل خط هز وناخذ
خط به مشتركًا فخط اه باسرهِ مساوٍ لخط زب باسرهِ وكنّا بيّنّا
ان خط اج مثل خط بد فضلعا زب بد مِن مثلث بدز مثل
ضلعى اه اج مِن مثلث اجه كل ضلعٍ كما بيّنّا مساوٍ لنظيره
وزاوية دبز مساوية لزاوية جاه فببرهان د مِن ا تكون قاعدة
جه مثل [قاعدة دز ومثلث بدز مثل مثلث اجه فنلقى مثلث
بهح المشترك فيبقى مُنحرف ابحج مثل منحرف هزدح وناخذ
مثلث جدح مشتركًا [فسطح[1]] ابجد باسره مثل سطح هزجد
باسره وهما السطحان اللذان على قاعدةٍ واحدةٍ وبين خطّين
متوازيين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ زيادة قال ايرن وقوع هذا
الشكل على ثلثة وجه احدها ما بيّنه اوقليدس وهو اصعبها
والثانى . . . . . . والثالث[2]

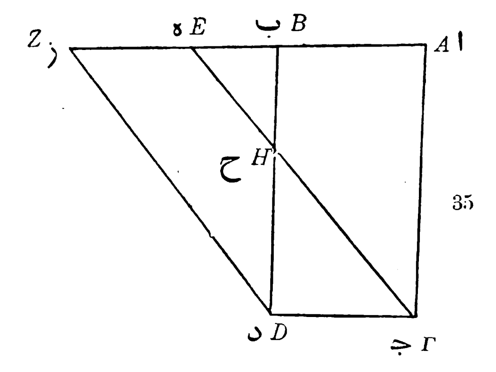
---

[1]) Hoc uocabulum in cod. omissum.

[2]) Uerba ab زيادة usque ad والثالث in una linea pressius scripta, sed eadem manu, lacuna post والثانى relicta, aperte postea inculcata sunt, et scriptori spatium scholii Heronis perficiendi defuit.

sint in eadem basi GD et inter duas lineas inter se parallelas AZ, GD posita. Dico, duo spatia $ABGD$, $EZGD$ inter se aequalia esse.

Demonstratio. Ad duas lineas AG, BD inter se parallelas ducta est linea ABZ. Itaque ex I, 29 angulus BAG interior angulo ZBD exteriori aequalis est. Rursus datum est, duo spatia $ABGD$, $EZGD$ parallelogramma esse; itaque ex I, 34 quaelibet duo latera opposita inter se aequalia sunt, $AG = BD$, $AB = GD$. Uerum etiam $EZ = GD$. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt; itaque $AB = EZ$. Et adiecta BE communi erit tota linea AE toti lineae ZB aequalis. Iam autem demonstrauimus, esse $AG = BD$. Itaque duo latera ZB, BD trianguli BDZ duobus lateribus EA, AG trianguli AGE, ut demonstrauimus, aequalia sunt alterum alteri; et angulus DBZ angulo GAE aequalis. Quare ex I, 4 basis GE basi DZ et triangulus BDZ triangulo AGE aequalis est. Triangulum BEH, qui communis est, subtrahimus; itaque trapezium $ABHG$ trapezio $EZDH$ aequale est. Et communem adiicimus triangulum GDH. Ergo totum spatium $ABGD$ toti spatio $EZGD$ aequale est, quae duo spatia in eadem basi et inter duas lineas parallelas posita sunt. Q. n. e. d.



35

Additamentum. Hero tres huius demonstrationis casus commemorauit,*) quarum una est, quam demonstrauit Euclides, et ea quidem difficillima, secunda autem . . . et tertia . . .

---

*) Cfr. Proclus p. 399, 4 sq., ubi Herone non commemorato praeter casum ab Euclide demonstratum, quem χαλεπωτέραν πτῶσιν uocat, duos alios demonstrat.

الشكل السادس والثلثون من المقالة الاولى

السطوح (ع) المتوازية الاضلاع اذا كانت على قواعد متساوية وبين خطين متوازيين فهى (ط) متساوية مثاله ان سطحى ابجد هزحط متوازيا الاضلاع وهما على قاعدتين متساويتين وهما بد زط وبين خطين متوازيين وهما خطا بط اح فاقول ان سطحى ابجد هزحط [1] متساويان برهانه انا نخرج خطى هب حد وكنا فرضنا قاعدة بد مثل قاعدة زط وسطح هزحط فرضناه متوازى الاضلاع فببرهان لد من ا يكون خط هح مثل خط زط والمساوية لشى واحد فهى متساوية فخط بد مساوٍ لخط هح وهو ايضا موازٍ له والخطوط التى تصل بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية فى كلتى الجهتين هى ايضا متوازية متساوية كما بيّنّا ببرهان لج من ا فخط هب مثل خط (خط) دح وموازٍ له فسطح هب دح متوازى الاضلاع وهو مع سطح هزحط على قاعدة واحدة هح وبين خطّى اح بط المتوازيين فببرهان له من ا فان سطح هبدح مثل سطح هزحط وايضا فان سطحى ابجد بدهح على قاعدة بد وبين خطى اح بط المتوازيين فببرهان له من ا فان سطح ابجد مساوٍ لسطح بهدح والمساوية لشى واحد فهى متساوية فسطح ابجد مساوٍ لسطح هزحط فقد تبيّن ان السطوح المتوازية الاضلاع التى هى على قواعد متساوية وبين خطين متوازيين هى متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ زيادة

---

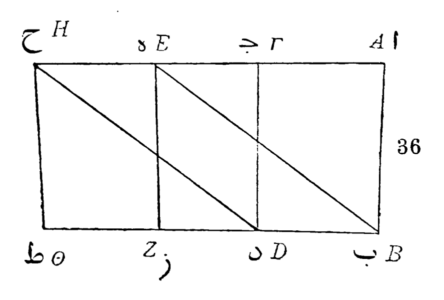
[1] In cod. ازجط

Propositio XXXVI libri primi.

Si spatia parallelogramma in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas posita sunt, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Duo spatia $ABGD$, $EZH\Theta$, parallelogramma sint, in duabus basibus inter se aequalibus BD, $Z\Theta$ et inter duas lineas inter se parallelas $B\Theta$, AH posita. Dico, duo spatia $ABGD$, $EZH\Theta$ inter se aequalia esse.

Demonstratio. Duas lineas EB, HD ducimus. Supposuimus igitur, basim BD basi $Z\Theta$ aequalem et spatium $EZH\Theta$ parallelogrammum esse. Et ex I, 34 linea EH lineae $Z\Theta$ aequalis est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Linea BD igitur lineae EH aequalis. Eadem autem ei parallela est. Et lineae, quae terminos linearum inter se parallelarum et aequalium ad alterutram partem coniungunt, etiam inter se parallelae et aequales sunt, ita ut in I, 33 demonstrauimus. Itaque linea EB lineae DH aequalis et parallela est. Quare etiam spatium $EBDH$ parallelogrammum est. Et in eadem basi EH est, in qua etiam spatium $EZH\Theta$, et inter duas lineas inter se parallelas AH, $B\Theta$ posita sunt. Itaque ex I, 35 spatium $EBDH$ spatio $EZH\Theta$ aequale est. Rursus quoniam duo spatia $ABGD$, $BDEH$ in basi BD et inter duas lineas inter se parallelas AH, $B\Theta$ posita sunt, ex I, 35 spatium $ABGD$ spatio $BEDH$ aequale est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Ergo spatium $ABGD$ spatio $EZH\Theta$ aequale est.



36

Itaque demonstratum est, spatia parallelogramma in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas posita inter se aequalia esse. Q. n. e. d.

Additamentum. Hero dixit: hic casus est unus e plu-

قال ايرن وهذا مِن اختلاف الوقوع كما كان قبله والبرهان عليهما واحد ع [1]

20 r.

الشكل السابع والثلثون مِن المقالة الاولى

اذا كانت (ع) المثلثات على قاعدة واحدة وبين (ع) خطين متوازيين فهى متساوية (ط) مثاله ان مثلثى ابج دبج على قاعدة واحدة وهى قاعدة بج وبين خطين متوازيين وهما خطا بج اد فى الجهتين [فاقول] ان مثلث ابج مثل مثلث دبج برهانه انا نُخرج خط اد فى الجهتين جميعًا ونخرج مِن نقطة ب خطًا موازيًا لخط اج يلقى الخط المخرَج على نقطة ه ونُخرج ايضًا مِن نقطة ج خطا موازيا لخط بد يلقى الخط المخرَج على نقطة ز واخراج هذين الخطّين كما بيّن ببرهان لا مِن ا فبِن البيّن ان سطح به اج متوازى الاضلاع وكذلك سطح بد جز متوازى الاضلاع وهما على قاعدةٍ واحدةٍ وبين خطّى هز بج المتوازيين فببرهان له مِن ا يكون سطح به اج مثل سطح بدزج فلان سطح بهاج متوازى الاضلاع فببرهان لد مِن ا فان القطر الذى هو خط اب يقسمهُ بنصفين فمثلث ابه مثل مثلث ابج وبمثل هذا الاستشهاد يتبيّن ان مثلث دجز مثل مثلث دجب والمتساوية فانّ انصا فها متساو[ية] فمثلث دجب اذن مساوية لمثلث ابج فقد تبيّن ان المثلثات التى هى على قاعدة واحدة وبين خطّين متوازيين فهى متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن

---

[1]) Hoc quoque scholium Heronis minoribus litteris ab eadem manu scriptum postea insertum uidetur.

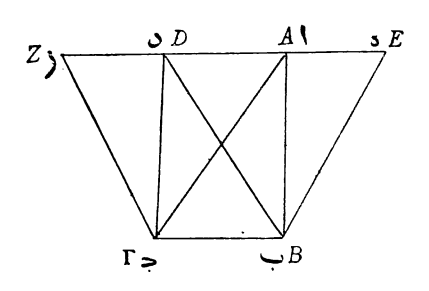
ribus, sicut in praecedenti, et demonstratio utriusque eorum eadem est.*)

Propositio XXXVII libri primi.

Trianguli in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas positi inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli *ABG*, *DBG* in eadem basi *BG* et inter duas lineas inter se parallelas *BG*, *AD* ad alterutram partem positi sint. [Dico], triangulum *ABG* triangulo *DBG* aequalem esse.

Demonstratio. Lineam *AD* simul ad utramque partem producimus et a puncto *B* lineam lineae *AG* parallelam ducimus ita, ut lineam productam in puncto *E* secet. Rursus a puncto *G* lineam lineae *BD* parallelam ducimus ita, ut lineam productam in puncto *Z* secet. Et hae duae lineae eo modo ducuntur, quo in I, 31 demonstratum est. Manifestum igitur, spatium *BEAG* parallelogrammum esse et eodem modo spatium *BDGZ*. Et haec spatia in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas *EZ*, *BG* posita sunt. Itaque ex I, 35 spatium *BEAG* spatio *BDZG* aequale est. Iam quoniam spatium *BEAG* parallelogrammum est, ex I, 34 a diametro, quae est linea *AB*, in duas partes [aequales] diuiditur. Itaque triangulus *ABE* triangulo *ABG* aequalis est. Eodem modo demonstrabimus, triangulum *DGZ* triangulo *DGB* aequalem esse. Dimidiae autem partes magnitudinum inter se aequalium inter se aequales sunt; itaque triangulus *DGB* triangulo *ABG* aequalis est. Ergo demonstratum est, triangulos in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas positos inter se aequales esse. Q. n. e. d.



*) Cfr. Proclus p. 401, 4 sq., ubi Heronis mentio non fit.

الشكل الثامن والثلثون من المقالة الاولى

كل المثلثات (ع) التى على قواعد متساوية وبين (فى)([1] خطين متوازيين فهى متساوية (ط) مثاله ان مثلثى ابج دجه على قاعدتين متساويتين وهما بج جه وبين خطين متوازيين وهما به اد فاقول ان المثلثين متساويان برهانه انا نخرج خط اد فى كلتى الجهتين ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط اج يلتى الخط المخرج على نقطة ز ونخرج ايضا من نقطة ه خطا موازيا لخط جد يلقى الخط المخرج على نقطة ح كما بيّن اخراج ذلك ببرهان لا من ا فمن البيّن ان سطحى اجبذ دجهح متوازيا الاضلاع فببرهان لد من ا مع برهان لو من ا فان سطحى اجبز دجهح متوازيا الاضلاع وعلى قاعدتين متساويتين وبين خطين متوازيين فمتوازى اج بز مساوٍ لمتوازى دجهح والقطر يقسم كل واحد منهما بنصفين اعنى اب ده وانصاف المتساوية متساوية فمثلث ابج مثل مثلث دجه فقد تبيّن ان المثلثات التى على قواعِدَ متساوية وبين خطين متوازيين فهى متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن زيادة فى هذا الشكل لايرن يتبيّن بعد بيان هذا المعنى ان كل مثلثين يساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الاخر كل ضلعٍ لنظيره وتكون زاوية احدهما اعظم من زاوية الاخر اعنى اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية (فان هاتين الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية) فان هاتين الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية مجموعتين ان كانتا معادلتين لقائمتين فان

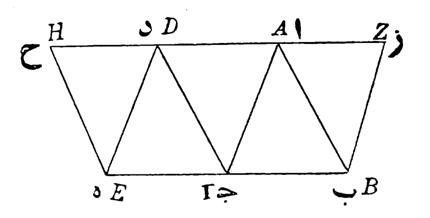
[1]) Sic atramento rubro supra scriptum.

Propositio XXXVIII libri primi.

Omnes trianguli, qui in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas positi sunt, inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG, DGE in duabus basibus BG, GE inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas BE, AD positi sint. Dico, duos illos triangulos inter se aequales esse.

Demonstratio. Lineam AD ad utramque partem producimus et a puncto B lineam lineae AG parallelam ducimus, quae lineam productam in puncto Z secet. Rursus a puncto E lineam lineae GD parallelam ducimus, quae lineam productam in puncto H secat, ita ut in I, 31 demonstratum est. Manifestum igitur, duo spatia $AGBZ$, $DGEH$ parallelogramma esse. Itaque ex I, 34 et I, 36, quoniam duo spatia $AGBZ$, $DGEH$ parallelogramma sunt et in duabus basibus inter se aequalibus et inter duas lineas parallelas posita, parallelogrammum $AGBZ$ parallelogrammo $DGEH$ aequale est, et diametri AB, DE utramque in binas partes [aequales] diuidunt. Dimidia autem magnitudinum inter se aequalium inter se aequalia sunt; itaque triangulus ABG triangulo DGE aequalis. Ergo demonstratum est, triangulos in basibus inter se aequalibus et inter duas lineas inter se parallelas positos inter se aequales esse. Q. n. e. d.

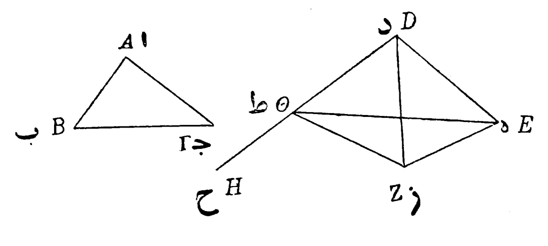


Additamentum Heronis ad hanc propositionem. Hac propositione demonstrata hoc demonstrandum: Si in duobus triangulis duo latera alterius duobus lateribus alterius aequalia sunt alterum alteri, et angulus alterius angulo alterius maior est, eorum scilicet, quos latera inter se aequalia comprehendunt, tum, si summa duorum angulorum, quos latera inter se aequalia comprehendunt, duobus rectis aequalis est, duo trian-

المثلثين متساويان وان كانتا اقل مِن قائمتين فالمثلث الذى
زاويته اعظمُ اعظمُ مِن للمثلث الاخر وان كانتا اعظم مِن قائمتين
فالمثلثُ الذى زاويتُه اصغرُ اعظمُ مِن المثلث الاخر فلتكن زاويتا
باج هدز مِن مثلثى اجب دهز وهما على الصّفةِ التى ذكرناها 20 u.
معادلتين لقائمتين اولاً على انّ زاوية باج اعظمُ ونعمل على نقطة
د مِن خط ده زاوية هدح مساويةً لزاوية باج كما بيّن ببرهان
كج مِن ا ونجيزُ على نقطة ز خط زط يُوازى خط ده كما بيّن
ببرهان لا مِن ا ونُخرج خط طه فزاويتا باج هدط متساويتان
وكنّا فرضنا مجموعَ زاويتى باج هدز مساويًا لمجموع زاويتين
قائمتين فمجموعُ زاويتى هدز هدط مساوٍ لمجموع زاويتين قائمتين
لان خط زط أُخرج موازيًا لخط ده فببرهان كط مِن ا يكون
مجموع الزاويتين الداخلتين اللتين فى جهة واحدة مساويتين
لمجموع زاويتين قائمتين فنُسقط زاوية هدط المشتركة فتبقى زاوية
هدز مساويةً لزاوية دطز. فلان خط زط موازٍ لخط ده تكون [زاوية]
دزط مساوية لزاوية هدز والمساوية لشى واحد تكون متساويةً
فزاوية دزط مساوية لزاوية دطز فساق دز مساوٍ لساق دط وخط
دز مثل خط اج فخط دط اذن مثل اج وخط ده مثل خط اب
وزاوية باج مثل زاوية هدط فقاعدة بج مساوية لقاعدة هط
ومثلث ابج مساوٍ لمثلث دهط فلانّ مثلثى دهط دهز على قاعدة
واحدة وهى قاعدة ده وبين خطّين متوازيين وهما ده طز فببرهان
لز مِن ا يكون مثلث دهط مثل مثلث دهز وقد بيّنّا ان مثلث
دهط مثل مثلث ابج فمثلث ابج مثل مثلث دهز لان المساوية

guli inter se aequales sunt, sin duobus rectis minor, triangulus, cuius angulus maior est, et ipse altero maior, sin duobus rectis maior, triangulus, cuius angulus minor est, altero triangulo maior est.

Sint duo anguli BAG, EDZ in duobus triangulis AGB, DEZ, et primum, sicut indicauimus, duobus rectis aequales sint, et angulus BAG maior. Iam ad punctum D lineae DE angulum EDH construimus angulo BAG aequalem. ita ut in I, 23 demonstratum est. Per punctum Z lineam $Z\Theta$ ducimus lineae DE parallelam, ita ut in [I] 31 demonstratum est, et lineam ΘE ducimus. Iam anguli BAG, $ED\Theta$ inter se aequales sunt, et summam duorum angulorum BAG, EDZ duobus rectis aequalem supposuimus; itaque summa duorum angulorum EDZ, $ED\Theta$ duobus rectis aequalis erit. Et quoniam linea $Z\Theta$ lineae DE parallela ducta est, ex I, 29 summa duorum angulorum in eadem parte intra positorum duobus rectis aequalis est. Itaque subtracto, qui communis est, $\angle ED\Theta$ relinquitur $\angle EDZ = D\Theta Z$. Et quoniam linea $Z\Theta$ lineae DE parallela est, angulus $DZ\Theta$ angulo EDZ aequalis erit. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque $\angle \; Z\Theta = \angle D\Theta Z$; quare latus DZ lateri $D\Theta$ aequale est. Uerum linea DZ lineae AG aequalis est; quare linea $D\Theta = AG$. Et $DE = AB$, $\angle BAG = \angle ED\Theta$; itaque basis BG basi $E\Theta$ aequalis est et $\triangle\ ABG = \triangle\ DE\Theta$. Et quoniam duo trianguli $DE\Theta$, DEZ in eadem basi DE et inter duas lineas inter se parallelas DE, ΘZ positi sunt,

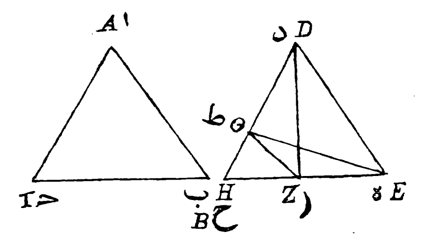


ex I, 37 erit $\triangle\ DE\Theta = \triangle\ DEZ$. Sed iam demonstrauimus, triangulum $DE\Theta$ triangulo ABG aequalem esse. Ergo $\triangle\ ABG = \triangle\ DEZ$, quia, quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Q. n. e. d.

لشى واحد متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضًا فى الصورة
الثانية فانا نُنزِل انّ زاويتى باج هدز اصغرُ مِن زاويتين قائمتين
وزاوية باج اعظم مِن زاوية هدز وضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج
مثل ضلع دز ونبيّن كما بيّنّا قبل ان المثلث ابج اعظم مِن
مثلث دهز فنعمل زاوية هدح مثل زاوية باج ونُخرج زط يُوازى هد
فلان مجموع زاويتى باج هدز اصغرُ مِن مجموع زاويتين قائمتين
فمجموع زاويتى هدط هدز اصغر مِن مجموع زاويتين قائمتين لكن
مجموع زاويتى هدط دطز مثل زاويتين قائمتين فاذا اسقطنا زاوية
هدط المشتركة بقيت زاوية هدز اصغر مِن زاوية دطز لكن زاوية
هدز مساوية لزاوية دطز المتبادلتان فزاوية دزط اصغرُ مِن زاوية
دطز فببرهان يط مِن ا يكون ضلع دز اعظم مِن ضلع دط ونُنزل
ان دح مثل دز ونصِل حه فخط دح مثل خط اج وخط ده مثل خط
اب وزاوية باج مثل زاوية هدح فببرهان د مِن ا يكون مثلث
ابج مثل مثلث دهح لكن مثلث دهح اعظم مِن مثلث دهز فمثلث
ابج اعظم مِن مثلث دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن وايضًا فى الصورة
الثالثة فانا نُنزل ان مجموع زاويتى باج دهز اعظم مِن مجموع
قائمتين فاقول ان مثلث ابج اصغرُ مِن مثلث دهز وذلك لانه تبقى
زاوية هدز اعظم مِن زاوية دطز وزاوية هدز مساوية لزاوية دزط فزاوية 21 r.
دزط اذن اعظم مِن زاوية دطز فببرهان [يط] مِن [ا] يكون ضلع دط
اعظم مِن ضلع دز ونفصل دح مثل دز فبحسب البرهان المتقدم
وبذلك الاستشهاد يتبيّن ان مثلث دهح مثل مثلث ابج لكن
مثلث دهط اعظم مِن مثلث ابج ومثلث دهط مثل مثلث دهز

Rursus in figura secunda supponimus, duos angulos BAG, EDZ duobus rectis minores esse et $\angle BAG > EDZ$ et latus AB lateri DE, latus AG lateri DZ aequale. Eodem modo, quo antea, demonstrabimus, triangulum ABG triangulo DEZ maiorem esse.

Angulum EDH angulo BAG aequalem construimus, et $Z\Theta$ lineae ED parallelam ducimus. Quoniam igitur summa duorum angulorum BAG, EDZ duobus rectis minor est, etiam summa duorum angulorum $ED\Theta$, EDZ duobus rectis minor erit. Summa autem duorum angulorum $ED\Theta$, $D\Theta Z$ duobus rectis aequalis est; itaque subtracto, qui communis est, angulo $ED\Theta$ relinquitur $\angle EDZ < D\Theta Z$. Est autem $\angle EDZ = \angle D\Theta Z$ (scr. $DZ\Theta$); nam duo anguli alterni sunt. Quare etiam $\angle DZ\Theta < D\Theta Z$. Itaque ex I, 19 latus DZ latere $D\Theta$ maius est. Ponimus $DH = DZ$*) et HE ducimus. Itaque linea DH lineae AG aequalis est; et $DE = AB$, $\angle BAG = \angle EDH$; quare ex I, 4 $\triangle ABG = \triangle DEH$. Sed $\triangle DEH > \triangle DEZ$. Ergo $\triangle ABG > \triangle DEZ$. Q. n. e. d.



Rursus in figura tertia supponimus, summam duorum angulorum BAG, DEZ duobus rectis maiorem esse. Dico, triangulum ABG triangulo DEZ minorem esse. Quoniam enim relinquitur angulus EDZ maior angulo $D\Theta Z$,**) et $\angle EDZ = \angle DZ\Theta$, angulus $DZ\Theta$ angulo $D\Theta Z$ maior erit, et ex [I, 19] latus $D\Theta$ latere DZ maius.

Abscindimus DH lineae DZ aequalem. Et eodem modo iisdemque rationibus, quibus antea, demonstramus, triangulum

*) Non recte Z in HE positum.

**) Intellegitur igitur, positum esse ut supra $\angle ED\Theta = BAG$ et $Z\Theta$ rectae DE parallelam ductam esse.

فمثلث دهز اعظم مِن مثلث ابج فمثلث ابج اصغر مِن مثلث دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل التاسع والثلثون مِن المقالة الاولى

كل (ع) المثلثات المتساويات اذا كانت على قاعدةٍ واحدةٍ فى جهة واحدة فانها بين خطين (ط) متوازيين ∴ مثاله ان مثلثى ابج دبج متساويان وهما على قاعدة واحدة وهى بج وبين خطى بج اد فاقول ان اد موازٍ لخط بج برهانه انه ان امكنَ ان نخرج مِن نقطة ا خطًا اخر موازيًا لخط بج غير خط اد فليُخرج فنُنزِل انه خط اه ونخرج خط جه فلان مثلثى ابج بجه على قاعدة واحدة وبين خطّين متوازيين وهما خطا بج اه فببرهان لز مِن ا فان مثلث ابج مساوٍ لمثلث بجه لكن مثلث ابج مثل مثلث بجد والمساوية لشى واحد فهى متساوية فمثلث بجه مثل مثلث بجد الاصغر مثل الاعظم هذا خلف غير ممكن فليس يُمكن ان يُخرج مِن نقطة ا خط موازٍ لخط بج غير خط اد وكذلك لا يمكن ان يُخرج مِن نُقطة ا خط يُوازى بج فوق خط اد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الاربعون مِن المقالة الاولى

كل المثلثات المتساويات اذا كانت على قواعِدَ متساوية مِن خطٍّ واحدٍ مستقيمٍ وبين خطين فان الخطين متوازيان مثاله ان مثلثى ابج دجه متساويان وعلى قاعدتين متساويتين وهما بج جه مِن خطٍ واحدٍ وهو به وبين خطى اد به فاقول ان خط

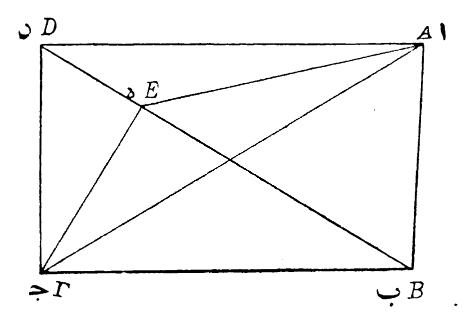
DEH triangulo ABG aequalem esse. Uerum $\triangle\ DE\Theta > ABG$. Et $\triangle\ DE\Theta = DEZ$. Ergo $\triangle\ DEZ > ABG$, et $\triangle\ ABG < DEZ$. Q. n. e. d.

Propositio XXXIX libri primi.

Omnes trianguli inter se aequales in eadem basi ad eandem partem positi inter lineas inter se parallelas positi sunt.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG, DBG inter se aequales in eadem basi BG et inter duas lineas BG, AD positi sint. Dico, AD lineae BG parallelam esse.

Demonstratio. Si fieri potest, ut a puncto A aliam lineam ac lineam AD lineae BG parallelam ducamus, ducatur. Supponamus, eam esse lineam AE. Lineam GE ducimus. Quoniam duo trianguli ABG, BGE in eadem basi et inter duas lineas inter se parallelas lineas BG, AE positi sunt, ex I, 37 erit $\triangle\ ABG = BGE$. Sed $\triangle\ ABG = BGD$; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; itaque $\triangle\ BGE = BGD$, minor maiori aequalis; quod absurdum est neque fieri potets. Ergo fieri non potest, ut a puncto A linea lineae BG parallela ducatur alia ac AD. Et eodem modo fieri non potest, ut a puncto A linea lineae BG parallela supra lineam AD ducatur. Q. n. e. d.



Propositio XL libri primi.

Si trianguli inter se aequales in aequalibus basibus in eadem linea recta positis et inter duas lineas positi sunt, hae duae lineae inter se parallelae sunt.

اد موازٍ لخط به برهانه انه ان امكن ان نُخرج من نقطة ا خطًا موازيًا لخط به غير خط اد فليخرج ونُنزل انه خط از فخط از موازٍ لخط به فمثلثا ابج جزه على قاعدتى بج جه المتساويتين وبين خطى از به المتوازيين فببرهان لح من ا يكون مثلث ابج مساويًا لمثلث جزه لكنا فرضنا مثلث ابج مساويًا لمثلث جده والمساوية لشى واحد فهى متساوية فمثلث جده مثل مثلث جزه الاعظم مثل الاصغر هذا خلف غير ممكن فقد تبيّن انه ليس يمكن ان يُخرج من نقطة ا خط موازٍ لخط به غير خط اد وليس يُمكن ان يُخرج ايضًا فوق خط اد خط يوازى خط به وذلك ما اردنا ان نُبيّن ∴

الشكل الحادى والاربعون من المقالة الاولى

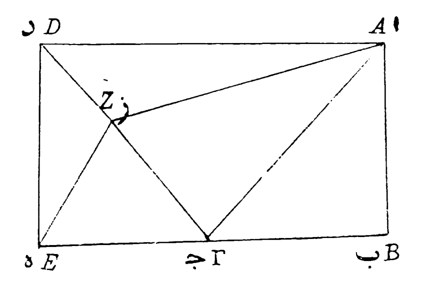
كل سطح متوازى الاضلاع قاعدتهُ قاعدةُ مثلثٍ وهما بين خطين متوازيين فانّ السطح المتوازى الاضلاع ضعفُ المثلث مثالهُ ان سطح ابجد متوازى الاضلاع وقاعدته جد وهى ايضا قاعدةُ مثلث جده وهما بين خطى جد اه المتوازيين فاقول ان سطح ابجد ضعف مثلث جده برهانه انّا نُخرج قُطر اد فمن البيّن بحسب برهان لد ان القطر (يقطع) يقسم(*) سطح ابجد بنصفين فسطح ابجد ضِعفُ مثلث اجد لكن مثلثى اجد جده على قاعدة واحدة وهى قاعدةُ جد وبين خطين متوازيين وهما خطا جد اه

21 u.

*) Supra scriptum.

Exemplificatio. Duo trianguli ABG, DGE inter se aequales sint et in duabus basibus inter se aequalibus BG, GE in eadem linea BE positis et inter duas lineas AD, BE positi sint. Dico, lineam AD lineae BE parallelam esse.

Demonstratio. Si fieri potest, ut a puncto A aliam lineam ac lineam AD lineae BE parallelam ducamus, ducatur. Supponimus, eam esse lineam AZ, ita ut linea AZ lineae BE parallela sit. Itaque duo trianguli ABG, GZE in duabus basibus inter se aequalibus BG, GE et inter duas lineas AZ, BE inter se parallelas positi sunt. Triangulus ABG igitur ex I, 38 triangulo GZE aequalis erit. Supposuimus autem, triangulum ABG triangulo GDE aequalem esse; et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt: itaque triangulus GDE triangulo GZE aequalis erit. maior minori; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo demonstratum est, fieri non posse, ut a puncto A linea lineae BE parallela ducatur alia ac linea AD. Neque fieri potest, ut supra lineam AD lineam lineae BE parallelam ducamus. Q. n. e. d.



Propositio XLI libri primi.

Si basis parallelogrammi basis est trianguli, et ambo inter duas lineas inter se parallelas posita sunt, parallelogrammum duplo maius erit triangulo.

Exemplificatio. Sit parallelogrammum $ABGD$ et basis eius GD, quae eadem sit basis trianguli GDE, et ambo inter duas lineas GD, AE inter se parallelas posita sint. Dico, spatium $ABGD$ triangulo GDE duplo maius esse.

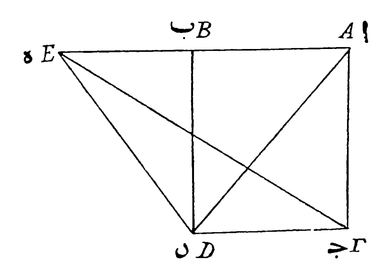
Demonstratio. Diametrum AD ducimus. Ex [I] 34 igitur manifestum est, diametrum spatium $ABGD$ in duas partes [aequales] diuidere; quare spatium $ABGD$ triangulo AGD duplo maius

فببرهان لز يكون مثلث جده مثل مثلث اجد وقد تبيّن ان سطح ابجد ضِعف مثلث اجد فسطح ابجد ضِعف سطح جده فقد تبيّن ان كل سطح متوازى الاضلاع قاعدتُه قاعدةُ مثلث وهما بين خطين متوازيين فان المتوازى ضعفُ المثلث وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثاني والاربعون مِن المقالة الاولى

نُريد ان نبيّن كيف نعمل سطحًا متوازى الاضلاع مساوية زاويته(ع) لزاويةٍ معلومةٍ ومساويًا لمثلثٍ معلوم فلتكن الزاوية المعلومة زاوية د والمثلث المعلوم مثلث ابج ونُريد ان نعمل سطحًا متوازى الاضلاع مساويةً زاويته لزاوية د ومساويًا لمثلث ابج فنقصِد الى احد اضلاع المثلث فنقسمه بنصفين بحسب برهان ي مِن ا فنُنزل ان الضلع الذى نقسمه بنصفين ضلع بج على نقطة ه ونخرج خط اه ونعمل على نقطة ه مِن خط جه زاوية مساويةً لزاوية د بحسب برهان كج مِن ا ولتكن زاوية جهز ونُخرج مِن نقطة ج خطًا موازيًا لخط هز ومِن نقطة ا خطاً موازيًا لخط بج بحسب برهان لا مِن ا وليكن خط ازح فلانّ مثلثى ابه اهج على قاعدتين متساويتين وهما قاعدتا به هج وارتفاعُهما واحدٌ وبين خطين متوازيين وهما بج اح فان بحسب برهان لح مِن ا يكون مثلث ابه مثل مثلث اهج فمثلث ابج ضِعف مثلث اهج لكن سطح جهزح متوازى الاضلاع وقاعدتُه اعنى هج قاعدةُ مثلث اهج وهما بين خطين متوازيين بج اح فبحسب برهان ما يكون سطح جهزح ضِعف

est. Sed duo trianguli *AGD*, *GDE* in eadem basi *GD* et inter duas lineas inter se parallelas *GD*, *AE* positi sunt. Itaque ex (I) 37 $\triangle GDE = \triangle AGD$. Uerum etiam demonstratum est, spatium *ABGD* duplo maius esse triangulo *AGD*; quare spatium *ABGD* duplo maius est spatio *GDE*. Ergo iam demonstratum est, si basis parallelogrammi eadem basis trianguli sit, et ambo inter duas lineas parallelas posita sint, parallelogrammum duplo maius esse triangulo. Q. n. e. d.



Propositio XLII libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo parallelogrammum, cuius angulus angulo dato aequalis sit, triangulo dato aequale construamus.

Sit angulus datus angulus *D* et triangulus datus triangulus *ABG*. Parallelogrammum igitur, cuius angulus angulo *D* aequais sit, triangulo *ABG* aequale construere uolumus. Unum ex lateribus trianguli sumimus idque ex I, 10 in duas partes [aequales] diuidimus. Supponimus, nos latus *BG* in puncto *E* in duas partes [aequales] diuisisse. Ducta linea *AE* ad punctum *E* in linea *GE* positum ex I, 23 angulum angulo *D* aequalem construimus, qui sit angulus *GEZ*, et a puncto *G* lineam lineae *EZ* parallelam, a puncto *A* autem lineam lineae *BG* parallelam ex I, 31 ducimus, quae sit linea *AZH*. Quoniam duo trianguli *ABE*, *AEG* in basibus inter se aequalibus *BE*, *EG* sunt, et altitudo eorum eadem est, et inter duas lineas inter se parallelas, quae sunt *BG*, *AH*, positi sunt, ex I, 38 triangulus *ABE* triangulo *AEG* aequalis erit, et triangulus *ABG* duplo maior erit triangulo *AEG*. Sed spatium *GEZH* parallelogrammum est, et basis eius *EG* basis trianguli *AEG* est, et ambo inter duas lineas inter se parallelas *BG*, *AH* posita sunt. Ex [I] 41 igitur spa-

مثلث اجه وقد كنّا بيّنا ان مثلث ابج ضعف اجه والتى هى اضعاف لشى واحد فهى متساوية فمتوازى جهزح مساوٍ لمثلث ابج فقد عملنا سطح جهزح متوازى الاضلاع مساويًا لمثلث ابج المعلوم ومساوية زاويته اعنى جهز لزاوية د المعلومة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

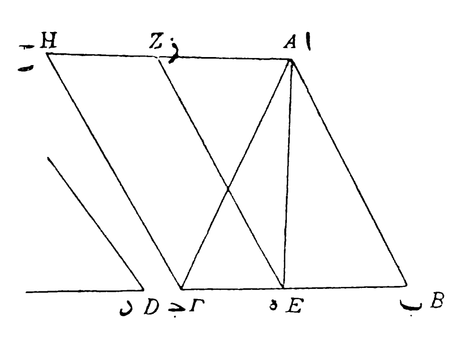
الشكل الثالث والاربعون من المقالة الاولى

كل سطح (ع) متوازى الاضلاع على جنبتى[1] قطره سطحان متوازيا الاضلاع (يتممان السطح[1]) فانّ السطحين المتمّمين الذين عن جنبتى القطر (ط) متساويان مثاله ان سطح ابجد متوازى الاضلاع وقطره بج وعن جنبتى قطره سطحا از زد يتمّمان السطح فاقول انهما متساويان برهانه ان سطح ابجد متوازى الاضلاع وقطره بج فبرهان له فان كل واحد من قطرى جز زب يقسمان السطحين بنصفين فمثلث هزج مساوٍ لمثلث جزح ومثلث طبز مساوٍ لمثلث بكز فمجموع مثلثى هزج طبز مثل مجموع مثلثى زحج بكز فاذا اسقطنا مجموعَ مثلثى هزج طبز من مثلث ابج ومجموع مثلثى جحز بكز من مثلث بدج بقى سطح از مثل سطح زد المتمّمان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ 22 r.

---

[1]) Atr. rubro additum.

tium $GEZH$ duplo maius est triangulo AGE. Iam autem demonstrauimus, triangulum ABG duplo maiorem esse [triangulo] AGE. Et quae eodem duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt: itaque parallelogrammum $GEZH$ triangulo ABG aequale est. Ergo parallelogrammum $GEZH$ triangulo dato ABG aequale construximus, et angulum eius GEZ angulo dato D aequalem fecimus. Q. n. e. d.

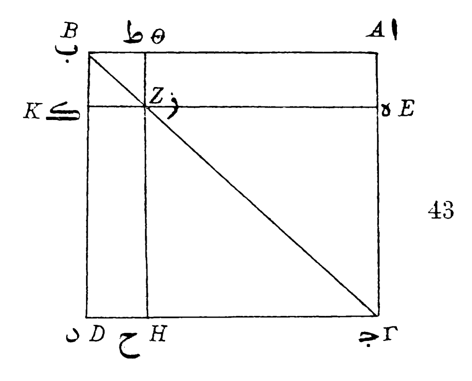


Propositio XLIII libri primi.

In quouis parallelogrammo, circum cuius diametrum posita sunt duo parallelogramma, spatia, quae complementa sunt spatiorum circum diametrum positorum, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Sit parallelogrammum $ABGD$ diametrusque eius BG, et ab utraque parte diametri eius duo spatia sint AZ, ZD, quae complementa sint spatiorum. Dico, ea inter se aequalia esse.

Demonstratio. Quoniam spatium $ABGD$ parallelogrammum est, et BG eius diametrus, ex [I,] 34 utraque diametrus GZ, ZB duo spatia in binas partes [aequales] diuidit, et $\triangle\ EZG = GZH$, $\triangle\ \Theta BZ = BKZ$. Summa igitur duorum triangulorum EZG, ΘBZ summae triangulorum ZHG, BKZ aequalis est. Quare summa duorum triangulorum EZG, ΘBZ a triangulo ABG subtracta et summa duorum triangulorum GHZ, BKZ a triangulo



43

الشكل الرابع والاربعون مِن المقالة الاولى

نُريد ان نبيّن كيف نعمل على خط مستقيم معلومٍ سطحًا متوازى الاضلاع مساويًا لمثلثٍ معلومٍ ومساوية زاويته لزاوية معلومة فنجعل الخط المعلوم خط اب والمثلث المعلوم مثلث جده والزاوية المعلومة زاوية ز ونُريد ان نبيّن كيف نعمل على خط اب سطحًا متوازى الاضلاع مساويًا لمثلث جده ومساوية زاويته لزاوية ز فنخرج خط اب على استقامةٍ فننزل انّا قد اخرجناهُ الى نقطة ح ونجعل بح مثل نصف ده الذى هو قاعدةُ مثلث جده ونعمل عليه سطحًا متوازى الاضلاع مساويًا لمثلث جده وهو سطح بطكح ومساوية زاوية حبط منه لزاوية ز وذلك بحسب برهان مب ونُخرج خط طك على استقامة الى نقطة ل ونُخرج مِن نقطة ا خطًا موازيًا لخط بط ببرهان لا ونُنزل انه قد التقى مع خط كطل على نقطة ل ونصِل بين نقطتى ل ب ونُخرج خطى لب كح على استقامةٍ فهما يلتقيان لان خطى كح ال متوازيان وقد وقع عليهما خط لك فبحسب برهان كط فانّ مجموع الزاويتين الداخلتين اللتين فى جهة واحدة مثل مجموع زاويتين قائمتين فمجموع زاويتى لكم كلم اصغر مِن مجموع زاويتين قائمتين فبحسب ما بيّن اغانيس ببرهان الاشكال المقدّمة لشكل كط وبحسب ما تقدّم اوقليدس فى المصادرة فان خطى كح لب اذا اخرجَا التقيا فلنُنزل انهما قد التقيا على نُقطة م ونُخرج مِن نُقطة م خطًا مُوازيًا لخط كل ببُرهان لا وليكن خط من ونُخرج لا على استقامَة ونُنزل انه قد التقى مع خط من على نقطة ن ونُخرج ايضًا خط طب على

BDG subtracta relinquitur spatium AZ spatio ZD aequale, quae duo complementa sunt. Q. n. e. d.

Propositio XLIV libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo in recta linea data parallelogrammum construamus triangulo dato aequale, et cuius angulus angulo dato aequalis sit.

Lineam datam ponimus lineam AB, triangulum datum triangulum GDE, angulum datum angulum Z. Demonstrare uolumus, quo modo in linea AB parallelogrammum construamus triangulo GDE aequale, et cuius angulus sit angulus Z.

Lineam AB in directum producimus et supponimus, nos eam ad punctum H produxisse. [Rectam] BH dimidiam ponimus [rectae] DE, quae basis est trianguli GDE, et in ea parallelogrammum $B\Theta KH$ ex [I] 42 ita construimus, ut triangulo GDE aequale sit, et angulus eius $HB\Theta$ angulo Z aequalis sit. Lineam ΘK in directum ad punctum L producimus, et a puncto A ex [I] 31 lineam lineae $B\Theta$ parallelam ducimus eamque supponimus cum linea $K\Theta L$ in puncto L concurrere. Duo puncta L, B coniungimus et duas lineas LB, KH in directum producimus, donec concurrant. Quoniam enim duae lineae KH, AL inter se parallelae sunt, et linea LK in eas incidit, ex [I] 29 summa duorum angulorum interiorum ad eandem partem positorum summae duorum rectorum aequalis erit; quare summa duorum angulorum LKM, KLM summa duorum rectorum minor est. Itaque ex eo, quod Geminus in demonstratione propositionum propositioni XXIX praemissarum[1]) demonstrauit, et ex eo, quod Euclides in postulato [5] praemisit, duae lineae KH, LB productae concurrunt. Supponamus, eas in puncto M concurrere, et a puncto M ex [I] 31 lineam lineae KL parallelam ducimus, quae sit linea MN. Et LA in directum productam cum linea MN in puncto N concurrere supponimus. Praeterea

[1]) U. supra p. 127 sqq.

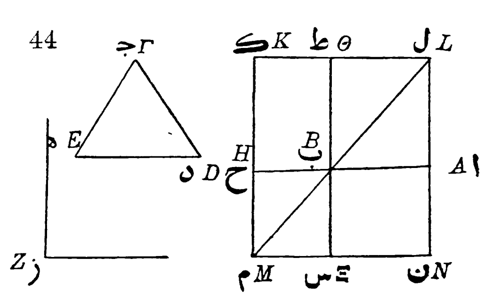
الاستقامة ولينته الى خط من على نقطة س فسطح لم متوازى
الاضلاع وقطره لم وعلى قطره سطحا اط سح متوازيا الاضلاع
يقطعهما القُطرُ وعن جنبتى القطر سطحان متوازيان يتمّمان السطح
وهما سطحا نب بك فبحسب برهان مج فان المتمّمين متساويان.
اعنى ان سطح نب مثل سطح بك وسطح بك عملناه مثل
مثلث جده فسطح نب مساوٍ لمثلث جده وكنّا عملنا زاوية حبط
مثل زاوية ز لكن زاوية حبط مساوية لزاوية ابس بحسب برهان
يه فزاوية ابس مثل زاوية ز فقد عملنا على خط اب المستقيم
سطح اس المتوازى الاضلاع مساويًا لمثلث جده المفروض ومساوية
زاويته لزاوية ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس والاربعون من المقالة الاولى

نُريد ان نبيّن كيف نعمل على خط مستقيم معلوم سطحًا
مُربّعًا قائم الزوايا فليكن الخط المفروض اب فنُخرج من نقطة ا
خطًا على زاوية قائمة مساويًا لخط اب كما بيّن ببرهان الشكل
المضاف الى يا وليكن خط اج ونخرج من نقطة ج خطًا [موازيا
لخط اب ببرهان لا وبهذا العمل نخرج خط بد موازيًا][1] لخط اج
يلقى خط جد على نقطة د فسطح ابجد متوازى الاضلاع وببرهان
لد فان السطوح المتوازية الاضلاع كل ضلعين منها يتقابلان او 22 u.
زاويتين تتقابلان فهما متساويان فضلع بد مثل ضلع اج وكُنّا
اخرجنا ضلع اج مثل ضلع اب فضلع بد مثل ضلع اب وضلع

[1]) Uerba uncis inclusa in margine addita.

lineam ΘB in directum producimus, donec cum linea MN in puncto Ξ concurrat. Itaque spatium LM parallelogrammum est et diametrus eius LM. Et ad diametrum eius duo parallelogramma sunt $A\Theta$, ΞH, quae diametrus secat, et circum diametrum duo parallelogramma, quae spatii complementa sunt, NB, BK; itaque ex [I] 43 complementa inter se aequalia sunt, hoc est $NB = BK$. Uerum spatium BK triangulo GDE aequale construximus; quare spatium NB triangulo GDE aequale est. Et angulum $HB\Theta$ angulo Z aequalem construximus; angulus autem $HB\Theta$ ex [I] 15 angulo $AB\Xi$ aequalis est; itaque $\angle AB\Xi = \angle Z$.

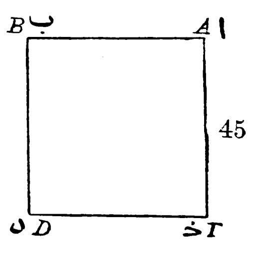


Ergo in recta linea AB parallelogrammum $A\Xi$ construximus dato triangulo GDE aequale, et cuius angulus angulo Z aequalis sit. Q. n. e. d.

Propositio XLV*) libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo in recta linea data quadratum construamus.

Sit linea data AB. A puncto A ad rectos angulos lineam ducimus lineae AB aequalem ita, ut in demonstratione propositionis propositioni XI additae**) demonstratum est, quae sit linea AG. A puncto G ex [I] 31 lineam [GD] lineae AB parallelam ducimus et per eandem constructionem lineam BD lineae AG parallelam ducimus, quae cum linea GD in puncto D concurrat. Itaque spatium $ABGD$ parallelogrammum est. Sed ex [I] 34 in parallelogrammis duo



*) H. e. Euclidis prop. 46; prop. 45 deest.

**) U. supra p. 73 sqq.

جد مثل ضلع اب فالاضلاع الاربعة متساوية وزاوية د مثل زاوية ا
وزاوية ا عملناها قائمة فزاوية د قائمة وزاوية ب مثل زاوية ج
وعملنا زاوية ج قائمة فزاوية باد قائمة فالزوايا الاربع كل واحدة
منها قائمة فسطح ابجد متساوى الاضلاع قائم الزوايا فقد عملنا
على خط اب سطحًا مربّعا قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل السادس والاربعون مِن المقالة الاولى

كل مثلث قائم الزاوية فان(*1- المربع الكائن مِن الضلع
الذى يُوتّر الزاوية القائمة مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن
الضلعين الباقيين مثاله ان زاوية باج مِن مثلث ابج قائمة
فاقول ان المربع الكائن مِن ضلع بج المُوتّر لزاوية باج القائمة
مساوٍ لمجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اب اج و[هم]ا الضِلعَان
المحيطان بالزاوية القائمة برهانه انّا نعمل على خط بج سطحًا
مُربعًا قائم الزوايا كما بيّنّا عمله ببرهان مه وليكن مربع بجده
ونعمل ايضًا على خطى اب اج مربعى ابزح اطكج قائمى الزوايا
ونُخرج مِن نقطة ا خط ال موازيًا لخطى بد جه كما بيّن ببرهان

1-*) In margine est: فان تلبين وتر الزاوية القائمة فى نفسه مثل تلبين الضلعين الباقيين كل واحد منهما فى نفسه ∴
Laterculus lateris recto angulo oppositi in se multiplicati aequalis est laterculis utriusque reliquorum laterum in se multiplicati. — De usu uocabuli تلبين cfr. Hyginus de cond. agr. p. 122, 17: sunt plinthides id est laterculi quadrati, et Archimedis epigramma II p. 452, 36. Haec significatio uocabuli تلبين in notis marginalibus libri secundi Al-Narizii frequentissime adhibetur.

latera opposita et duo anguli oppositi inter se aequalia sunt, h. e. $BD = AG$. Uerum latus AG lateri AB aequale duximus; itaque latus BD lateri AB aequale est. Et $GD = AB$. Quattuor igitur latera inter se aequalia sunt. Et $\angle D = \angle A$. Angulum A autem rectum construximus; quare etiam $\angle D$ rectus est. Et $\angle B = \angle G$. Angulum G autem rectum construximus. Quare $\angle BAD$ (scr. ABD) rectus est, et quattuor anguli singuli recti sunt. Spatium $ABGD$ igitur aequilaterum et rectangulum est. Ergo in linea AB quadratum construximus. Q. n. e. d.

Propositio XLVI libri primi.

In triangulo, cuius angulus rectus est, quadratum lateris angulo recto oppositi summae duorum quadratorum reliquorum duorum laterum aequale est.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus BAG rectus sit. Dico, quadratum lateris BG angulo recto BAG oppositi summae duorum quadratorum duorum laterum AB, AG, quae angulum rectum comprehendunt, aequale esse.

Demonstratio. In linea BG quadratum construimus, ita ut in [I] 45 demonstrauimus, quod sit quadratum $BGDE$. Rursus in duobus lateribus AB, AG duobus quadratis $ABZH$, $A\Theta KG$ constructis a puncto A lineam AL duobus lineis BD, GE parallelam ducimus, ita ut in [I] 31 demonstratum est.

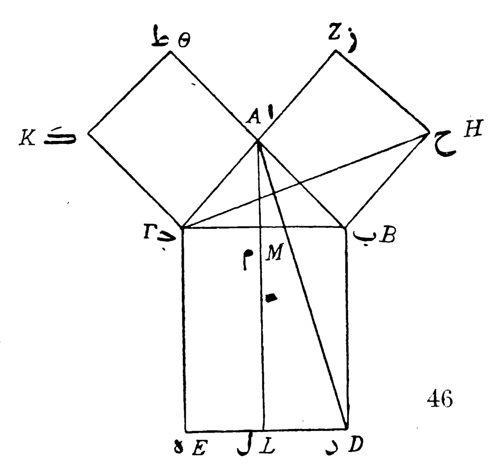
Duas lineas AD, GH ducimus. Iam quoniam a puncto A in linea BA duae lineae AG, AZ in partes diuersas ductae sunt, et utrimque effectus est angulus rectus: BAG, BAZ, ex I, 14 manifestum est, duas lineas AG, AZ in directum coniunctas esse, ita ut unam rectam efficiant.

Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus, duas lineas BA, $A\Theta$ in directum coniunctas esse, ita ut unam rectam efficiant. Quoniam angulus ABH rectus angulo GBD recto aequalis est, angulo ABG communi sumpto totus angulus GBH toti angulo ABD aequalis est. Uerum $BH = AB$, et $BD = BG$; itaque [rectae] HB, BG rectis AB, BD aequales sunt. Et

لا ونُخرج خطى اد جح فلانّه قد أُخرجَ مِن نقطة ا مِن خط با
خطا اج از فى جهتين مختلفتين فحدث عن جنبتيهِ زاويتا باج
باز وكلّ واحدة منهما قائمة فمِن البيّن بحسب برهان يد ان
خطى اج از قد اتّصلا على استقامةٍ فصارا خطًا واحدًا وبمثل هذا
البرهان والاستشهاد يتبيّن ان خطى با اط قد اتّصلا على
استقامةٍ فصارا خطًا واحدًا فلان زاوية ابح القائمة مساوية لزاوية
جبد القائمة وناخذ زاوية ابج مشتركة فزاوية جبح باسرها
مساوية لزاوية ابد باسرها وضلع بح مساوٍ لضلع اب وضلع بد
مساوٍ لضلع بج فضلعا حب بج مساويان لضلعى اب بد وزاوية
ابد مساوية لزاوية جبح فبحسب برهان د يكون مثلث جبح
مساويًا لمثلث ابد ولان سطح ابزح متوازى الاضلاع وقاعدته
قاعدة مثلث جبح وهى خط حب وهما بين خطى زج حب
المتوازيين فبحسب برهان ما يكون سطح ابزح ضعف مثلث
جبح وايضا فان سطح بدمل متوازى الاضلاع وقاعدته قاعدة
مثلث ابد وهى خط بد وهما بين خطى ال بد المتوازيين
فببرهان ما يكون سطح بدمل ضعف مثلث ابد وقد كُنّا
بيّنّا ان مثلث ابد مساوٍ لمثلث جبح وان سطح ابزح ضعفه
والتى هى اضعاف لشى واحد فهى متساوية فمربع ابزح مساو
لسطح بدمل وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبيّن ان سطح
جهمل مساوٍ لمربع اجطك فسطح بجده باسره مساوٍ لمجموع
مُربّعى ابزح اجطك فقد تبيّن انّ المربع الكائن مِن ضلع بج
الموتر لزاوية باج القائمة مساوٍ لمجموع المربعين الكائنين مِن

$\angle ABD = \angle GBH$; itaque ex [I] 4 $\triangle GBH = ABD$. Quoniam spatium $ABZH$ parallelogrammum est, basisque eius eadem basis trianguli GBH, scilicet linea HB, et ambo inter lineas inter se parallelas ZG, HB posita sunt, spatium $ABZH$ ex I, 41 triangulo GBH duplo maius erit.

Rursus quoniam spatium $BDML$ parallelogrammum est, basisque eius basis trianguli ABD, scilicet linea BD, et ambo inter lineas inter se parallelas AL, BD posita sunt, spatium $BDML$ ex I, 41 triangulo ABD duplo maius erit. Sed iam demonstrauimus, triangulum ABD triangulo GBH aequalem esse. Et spatium $ABZH$ eo duplo maius est; quae autem eodem duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt; itaque quadratum $ABZH$ spatio $BDML$ aequale est.



Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus, spatium $GEML$ quadrato $AG\Theta K$ aequale esse. Ergo totum spatium $BGDE$ summae duorum quadratorum $ABZH$, $AG\Theta K$ aequale est. Iam igitur demonstratum est, quadratum lateris BG angulo BAG recto oppositi summae duorum quadratorum laterum AB, AG aequale esse. Q. n. e. d.

Additamentum Heronis ad hanc propositionem. Demonstrare uolumus, tres lineas, duas scilicet, quae a duobus angulis duorum quadratorum ad duos angulos trianguli rectanguli ducantur, et lineam, quae ab angulo eius recto duobus lateribus quadrati parallela ducatur, in eodem puncto inter se secare. Quod quo facilius demonstretur, tres notiones praemittimus.

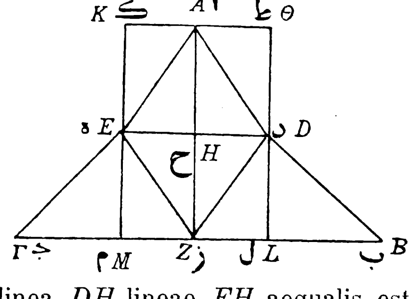
Prima: In triangulo ABG linea DE basi BG parallela ducta et per lineam AHZ in duas partes aequales diuisa linea

ضلعى اب اجـ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ زيادة فى هذا الشكل لايرُن نريد ان نبيّن ان الخطوط الثلثة اعنى اللذين يخرجان مِن زاويتى المربعين الى زاويتى المثلث القائم الزاوية والذى يخرج مِن زاويته القائمة موازيًا لضلعى المربع تتقاطع على نقطة واحدة فنوطّى لذلك ثلثة معان الاول منها انه اذا اخرج فى مثلث ابجـ خط ده موازيًا لقاعدة بجـ وقُسِمَ بجـ بنصفين بخط احز فان خط دح ايضا يكون مثل خط حه فلنُخرج على نقطة ا خط طك موازيًا لخط بجـ كما بُيّن ببرهان لا وكذلك نُجيز على نقطتى ده خطى كهم طدل يُوازيان خط احز ونصلُ دز وهز فمثلثا ابز ازجـ متسايان لانهما على قاعدتين متساويتين وارتفاعهما على نقطة واحدة وهى نقطة ا وذلك بحسب برهان لح وايْضا فبحسب هذا البرهان فلان مثلثى بدز زهجـ على قاعدتى بز زجـ المتساويتين وبين خطى بجـ ده المتوازيين فان مثلث بدز مساوٍ لمثلث زهجـ فاذا اسقطناهما مِن مثلثى ابز ازجـ المتساويين بقى مثلث ادز مثل مثلث اهز ولان قاعدة كل واحد مِن هذين المثلثين المتساويين خط از وخط از قاعدة لسطحى ال ام المتوازيين فان كل واحد مِن سطحى ال ام المتوازيين مثلا مثلّثه ببرهان ما والاشيا التى هى مثلان لشى واحد فهى متساوية فمتوازى ال مثل متوازى ام وهما على قاعدتى لز زم وبين خطين متوازيين فبحسب عكس برهان لو فان قاعدة لز مثل قاعدة زم وبحسب برهان لد يكون خط دح مثل خط هح وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ والمعنى الثانى انه اذا أُجيز فيما بين خطى اب جد وهما متوازيان ثلثة

23 r.

DH lineae HE aequalis erit. Per punctum A lineam ΘK lineae BG parallelam ducimus, ita ut in [I] 31 demonstratum est. Eodem modo per puncta D, E duas lineas KEM, ΘDL lineae AHZ parallelas ducimus ducimusque DZ, EZ. Itaque duo trianguli ABZ, AZG inter se aequales sunt, quia in duabus basibus inter se aequalibus positi sunt, et altitudines eorum in eodem puncto sunt,*) scilicet in puncto A; quod ex [I] 38 sequitur.

Rursus ex eadem propositione, quoniam duo trianguli BDZ, ZEG in basibus BZ, ZG inter se aequalibus et inter duas lineas BG, DE inter se parallelas positi sunt, erit $\triangle\ BDZ = ZEG$. Quibus a triangulis ABZ, AZG inter se aequalibus subtractis relinquitur $\triangle\ ADZ = AEZ$. Iam quoniam basis utriusque horum triangulorum inter se aequalium linea AZ est, et linea AZ eadem basis est duorum parallelogrammorum AL, AM, utrumque parallelogrammum AL, AM ex [I] 41 triangulo suo aequale (scr. duplo maius) erit. Et quae eodem aequalia (scr. duplo maiora) sunt, inter se aequalia sunt; parallelogrammum AL igitur parallelogrammo AM aequale est. Ea autem in basibus LZ, ZM et inter duas lineas inter se parallelas posita sunt; e conuersa igitur propositione [I] 36 basis LZ basi ZM aequalis est. Ergo ex [I] 34 linea DH lineae EH aequalis est. Q. n. e. d.



Notio secunda. Si per spatium[1]) inter duas lineas AB, GD inter se parallelas positum tres lineae ducuntur in eodem puncto inter se secantes, uelut BG, AD, EZ, quae in puncto H inter se ita secent, ut linea GZ lineae ZD aequalis sit, erit $AE = EB$.

*) H. e. inter easdem parallelas.

[1]) Proprie: Id, quod est.

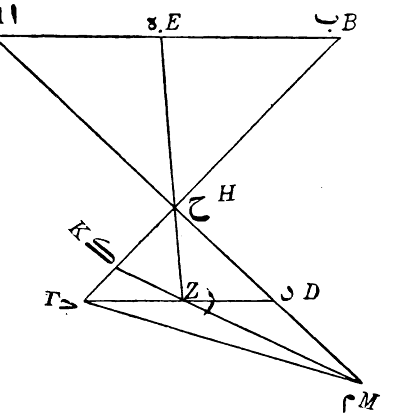
خطوط تتقاطع على نقطة واحدة كخطوط بج اد هز تتقاطع على نقطة ح فيصيّر خط جز مساويًا لخط زد فان خط اه يكون مثل خط هب فلنوطّى لذلك انه متى كان خط اح اعظم مِن خط حد فان خط بح يكون اعظم مِن خط حج وان كان مساويًا له كان مساويًا لَهُ وان كان اصغر مِنهُ كان اصغر مِنهُ فلنُنزل ان اح اعظم مِن حد فاقول ان بح اعظم مِن حج فان لم يكن اعظم مِنهُ فانه مثله او اصغر مِنهُ فلنُنزل انه مثله ونخرج حد الى م حتى يكون حم مثل اح فضلعا اح حب مثل ضِلعَى مح حج وزاوية احب مساوية لزاوية جحم وذلك ببرهان يه واما بحسب برهان د فان قاعدة جم مثل قاعدة اب وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية حجم مساوية لزاوية ابح فببرهان كز فان خط اب مواز لخط جم فيكون بحسب ل خط جم موازيًا لخط جد وهما يتقاطعان هذا خلف فليس بح مساويًا لخط حج فلننزل انه اصغر منه ونفصل حك مساويًا لخط بح ونصل كم فيتبيّن بمثل ذلك ان كم موازٍ لخط با وذلك خلف اذ كان خط با موازيًا لخط دج فليس اذن بح باصغر مِن حج فهو اذن اعظم منه وكذلك يتبيّن انه متى كان اح مثل حد كان بح مثل حج ومتى كان اصغر منه كان اصغر منه فاذا قد وُطّيَ ذلك فلنُبيّن الآن انّ جز متى كان مثل زد فانّ اه يكون مثل هب فلنُنزل اح اصغر مِن حد فمِن البيّن لما وطّأناهُ انّ بح اصغر مِن حج فنفصِل حط مثل حا وحك مثل حب ونصِل طاك فخطا اح حب مثل خطى كح حط وزاوية احب مساوية لزاوية طحك وقاعدة اب مساوية لقاعدة كط

23 u.

Quod quo facilius demonstremus, praemittimus, si linea AH linea HD maior sit, lineam BH linea HG maiorem esse, si aequalis, aequalem, si minor, minorem.

Supponamus $AH > HD$. Dico, esse $BH > HG$. Si enim ea maior non est, aut ei aequalis aut ea minor est. Supponamus igitur, eam aequalem esse. HD ad M producimus ita, ut sit $HM = AH$. Itaque AH, HB lateribus MH, HG aequalia sunt, et ex [I] 15 $\angle AHB = \angle GHM$; quare ex [I] 4 basis GM basi AB aequalis erit et omnes anguli omnibus angulis aequales. Itaque $\angle HGM = \angle ABH$. Quare ex [I] 27 linea AB lineae GM parallela erit. Itaque ex [I] 30 linea GM lineae GD parallela erit, quae inter se secant. Quod absurdum est. Ergo BH lineae HG aequalis non est.

Supponamus autem, eam minorem ea esse. Abscindimus HK lineae BH aequalem et KM ducimus. Eodem modo demonstratur, KM lineae BA parallelam esse. Quod absurdum est, quoniam linea BA lineae DG parallela est. Itaque BH linea HG minor non est. Ergo ea maior est. Eodem modo demonstratur, si $AH = HD$, esse $BH = HG$, et si minor, minorem.



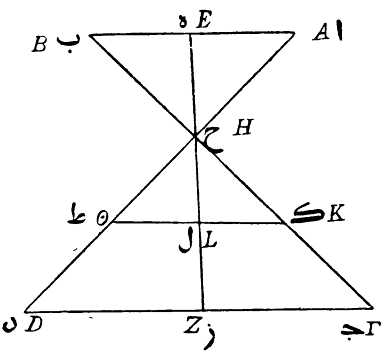
Hoc praemisso iam demonstremus, si $GZ = ZD$, esse $AE = EB$. Supponamus igitur $AH < HD$. Tum ex praemissis manifestum erit, BH minorem esse linea HG. Abscisis $H\Theta = HA$ et $HK = HB$ ducimus ΘLK. Itaque AH, HB lateribus KH, $H\Theta$ aequalia sunt, et $\angle AHB = \Theta HK$; quare basis AB basi $K\Theta$ aequalis et omnes anguli omnibus angulis aequales. Itaque $\angle HKL = \angle EBH$. Uerum $\angle EHB = \angle KHL$ et $BH = HK$; erit igitur ex [I] 26 $KL = BE$. Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus,

وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية حكل مثل زاوية هبح وزاوية
هحب مثل زاوية كحل وضلع بح مثل ضلع حك فببرهان
كو[1] يكون ضلع كل مثل ضلع به وبهذا البرهان والاستشهاد
يتبيّن انّ خط اه مثل خط طل فلانّ زاوية حكط مساوية لزاوية
ابج فببرهان كو يكون خط اب موازيًا لخط طك لكن خط
اب مواز لخط جد فببرهان ل يكون خط كط موازيًا لخط جد
ولما بيّنا فى المعنى الاوّل اذا كان جز مثل زد فانّ كل مثل لط
فخط اه اذن مثل خط هب وكذلك يتبيّن ما قصدنا لَهُ اِن كان
اح مثل حد او كان اعظم منه والمعنى الثالث انه ان كان فى
سطح اب المتوازى الاضلاع سطحا اه حد حج بز متوازيى الاضلاع
وكان سطح دز مثل سطح هج ووُصِل خط اح واُخرِج على
الاستقامة لقى نقطة ب فلنُوصَل خطوط هكد هج دز جطز ولنُخرج
اح على الاستقامة الى ط وليُوصل طب فاقول ان احطب مستقيم
اعنى انّ خط اط قد اتّصل بخط طب على استقامة برهانه ان
سطح دز وُضع مساويًا لسطح هج فيكون مثلث هحز مثل مثلث
هجح وناخذ مثلث حجز مشتركًا فيكون مثلث دجز مثل مثلث
هجز وهما على قاعدةٍ واحدةٍ وهى قاعدة جز وبين خطى جز ده
فببرهان لط فان خط جز مواز لخط ده وخط هك مساو لخط كد
وذلك بيّنٌ لان مثلث اهك مثل مثلث دكح وذلك ببرهان لد
مع برهان كط ومع برهان كو وامّا بحسب المعنى الثانى مِن
هذه المعانى فان خط جط مثل خط طز لكن خط بز مثل خط

---

[1]) In margine additum.

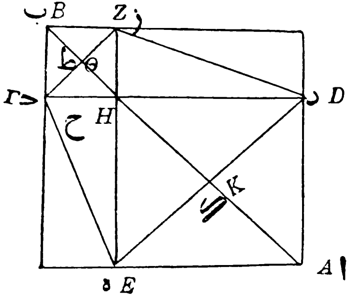
ineam AE lineae ΘL aequalem esse. Iam quoniam $\angle HK\Theta = \angle ABG$, ex [I] 27 linea AB lineae ΘK parallela erit. Uerum linea AB lineae GD parallela est; itaque ex [I] 30 linea $K\Theta$ lineae GD parallela erit. Sed ex eo, quod in notione prima demonstrauimus, erit $KL = L\Theta$, si $GZ = ZD$. Ergo $AE = EB$. Et eodem modo demonstratur, quod nobis proposuimus, si AH lineae HD aequalis aut ea maior est.



Notio tertia. Si in parallelogrammo AB duo sunt parallelogramma $AEHD$, $HGBZ$, et spatium $DZ = EG$ et linea AH ducta in directum producitur in punctum B cadit.

Lineae EKD, EG, DZ, $G\Theta Z$ ducantur. AH in directum ad Θ producamus, et ΘB ducatur. Dico, $AH\Theta B$ rectam esse, h. e. lineam $A\Theta$ in directum cum linea ΘB coniunctam esse.

Demonstratio. Spatium DZ supposuimus spatio EG aequale. Itaque $\triangle\ DHZ = EGH$. Triangulo HGZ communi sumpto erit $\triangle\ DGZ = EGZ$, qui trianguli in eadem basi GZ et inter duas lineas GZ, DE positi sunt. Ex [I] 39 igitur linea GZ lineae DE parallela est. Et $EK = KD$, quoniam ex [I] 34, 29, 26 $\triangle\ AEK = DKH$. Ex secunda igitur harum notionum $G\Theta = \Theta Z$. Sed ex [I] 34 $BZ = GH$. Itaque ΘG, GH lateribus BZ, $Z\Theta$ aequalia sunt. Et ex [I] 29 $\angle BZ\Theta = HG\Theta$; quare basis $B\Theta = \Theta H$ et $\angle B\Theta Z = G\Theta H$. Angulo igitur $H\Theta Z$ communi sumpto erit $G\Theta H + H\Theta Z = B\Theta Z + Z\Theta H$. Sed $G\Theta H + Z\Theta H = 2$ R; itaque $B\Theta Z + Z\Theta H = 2$ R. A puncto Θ igitur in linea $Z\Theta$ in diuersas partes ductae sunt duae lineae $A\Theta$, ΘB ita, ut



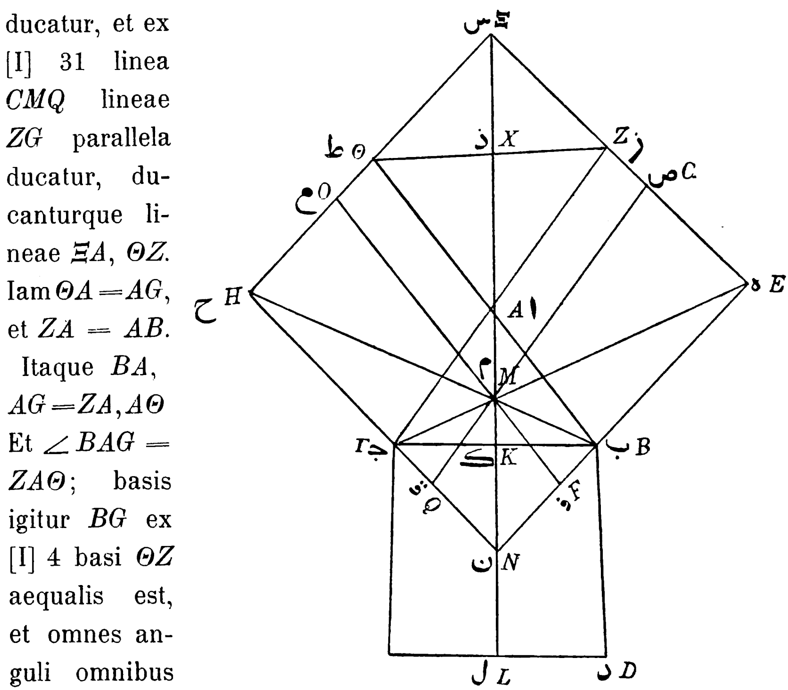
جح وذلك ببرهان لد فخطا طح جح مثل خطى بز زط وزاوية
بزط مثل زاوية حجط وذلك ببرهان د من ا فان قاعدة بط
مثل قاعدة طح وزاوية بطز مساوية لزاوية جطح وناخذ زاوية
حطز مشتركة فمجموع زاويتى جطح حطز مثل مجموع زاويتى
بطز زطح لكن مجموع زاويتى جطح زطح مثل مجموع زاويتين
قائمتين فمجموع زاويتى بطز زطح مثل مجموع زاويتين قائمتين
فقد خرج من نقطة ط من خط زط خطان فى جهتين مختلفتين
وهما خط [با] اط طب فصيّر الزاويتين اللتين عن جنبتيه معادلتين
لزاويتين قائمتين فخط [با] اط طب قد اتصلا على استقامة وصارا خطًا
واحدًا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ فاذ قد قدّمنا هذه المعانى
فلننزل ان مثلث ابج زاوية ا منه قائمة وقد عُمِل على بج مربع
جد وعلى اب مربع ابهز وعلى اج مربع اجحط وأُخرِج من نقطة ا
خط اكل موازيًا لخط بد ووُصِلَ خط هج فقاطع خطُ ال على نقطة
م ووُصِل خط حم ثم وُصلت نقطةُ م بنقطة ب فاقول ان خط مب
على استقامة خط حم فليخرج خطا هب حج على الاستقامة حتى
يلتقيا على نقطة س وتجازُ على نقطة م خط عمف موازيا لخط سه
وخط صمق موازيًا لخط زج كما بيّن اخراجُه ببرهان لا ويُوصل 24 r.
خطا سا طز فخط طا مثل خط اج وخط زا مثل خط اب فخطا با
اج مثل خطى زا اط وزاوية باج مثل زاوية زاط فقاعدة بج مثل
قاعدة طز وذلك ببرهان د وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية
ابج مثل زاوية طزا لكن زاوية ابج مثل زاوية جاك لان اك
عمودٌ فى مثلث ابج القائم الزاوية فزاوية طزا مثل زاوية جاك وزاوية

duo anguli ad eam positi duobus rectis aequales sint. Ergo lineae $A\Theta$, ΘB in directum coniunctae unam efficiunt lineam. Q. n. e. d.

His notionibus praemissis supponamus, angulum A in triangulo ABG rectum esse.

In BG quadratum GD, in AB quadratum $ABEZ$, in AG quadratum $AGH\Theta$ constructum est. A puncto A ducitur linea AKL lineae BD parallela, et linea EG ita ducitur, ut linea AL in puncto M secetur. Linea MH ducta punctum M cum puncto B coniungatur. Dico, lineam MB in directum lineae HM ductam esse.

Lineas EB, HG in directum producamus, donec in puncto [N concurrant, lineas autem EZ, $H\Theta$, donec in puncto] Ξ concurrant, et linea OMF lineae ΞE parallela per punctum M ducatur, et ex [I] 31 linea CMQ lineae ZG parallela ducatur, ducanturque lineae ΞA, ΘZ. Iam $\Theta A = AG$, et $ZA = AB$. Itaque BA, $AG = ZA, A\Theta$ Et $\angle BAG = ZA\Theta$; basis igitur BG ex [I] 4 basi ΘZ aequalis est, et omnes anguli omnibus



angulis aequales. Itaque $\angle ABG = \Theta ZA$. Sed $\angle ABG = GAK$, quoniam AK in triangulo rectangulo perpendicularis est; quare

طزا مثل زاوية سـاز لانه قد أُخرج فى متوازى سـا قطرا سـا طز يتقاطعان على نقطة ن فيصير زن مساويًا لخط ان فزاوية سـاز مثل زاوية جاك وناخذ زاوية سـاج مشتركة فمجموع زاويتى سـاز سـاج مثل مجموع زاويتى ماج جاس لكن بحسب برهان يح فان مجموع زاويتى سـاز سـاج مثل مجموع زاويتين قائمتين فمجموع زاويتى سـاج جام مثل مجموع زاويتين قائمتين فبحسب برهان [يد] فان خط سـام مستقيم وهو قطرٌ لمتوازى سـم فبحسب برهان مج فان مُتمّم[1] اص مساو لمتمّم اع وناخذ سطح ام مشتركًا فسطح مط مثل سطح مز وايضا فانّ سطح زن متوازى الاضلاع وقطره همج وعن جنبتيه سطحا زم من المتوازيان وهما المُتمّمان فمتمّمُ زم مثل متمّم من فسطح من اذا مساو لسطح مط فبحسب ما بُرهان فى المعنى الثالث مِن المعانى الموطّاة لهذا الشكل يكون خط بمح مستقيما وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

زيادة فى الشكل السادس والاربعين

لثابت بن قُرّة الحرّانى الصّابئ قال ثابت بن قُرّة كل مثلث قائم الزاوية فان المربع الكائن مِن الضلع الذى يوتّر الزاوية القائمة مثل مجموع المُربّعين الكائنين مِن الضلعين اللذين يُحيطان بالزاوية القائمة مثاله ان مثلث ابج زاوية باج منه قائمة فاقول ان المُربع الكائن مِن ضلع بج مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اب اج برهانه انا نعمل على خط اب مربع

[1]) In margine clarius scriptum.

$\angle\ \Theta ZA = GAK$. Uerum $\angle\ \Theta ZA = \Xi AZ$; nam quoniam in rectangulo ΞA duae ductae sunt diametri ΞA, ΘZ, quae in puncto X inter se secant, erit $ZX = AX$. Quare etiam $\angle\ \Xi AZ = GAK$. Angulo igitur ΞAG communi sumpto erit $\angle\ \Xi AZ + \Xi AG = \angle\ MAG + GA\Xi$. Sed ex [I] 13 $\angle\ \Xi AZ + \Xi AG = 2$ R; quare etiam $\angle\ \Xi AG + GAM = 2$ R. Itaque ex [I, 14] linea ΞAM recta est, et eadem diametrus parallelogrammi ΞM; quare ex [I] 43 complementum AC complemento AO aequale. Spatio igitur AM communi sumpto spatium $M\Theta$ spatio MZ aequale erit. Rursus spatium ZN parallelogrammum est, cuius diametrus EMG, et ad utramque partem eius duo spatia parallelogramma ZM, MN, quae complementa sunt; complementum igitur ZM complemento MN aequale. Itaque spatium MN spatio $M\Theta$ aequale est. Et ex notione tertia notionum huic propositioni praemissarum linea BMH recta est. Q. n. e. d.

Additamentum ad propositionem XLVI Tsabiti Ibn Qurrae Harrensis Sabii. Tsabit Ibn Qurra dixit: In quouis triangulo rectangulo quadratum lateris angulo recto oppositi summae quadratorum duorum laterum, quae rectam angulum comprehendunt, aequale erit.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus BAG rectus est. Dico, quadratum lateris BG summae duorum quadratorum duorum laterum AB, AG aequale esse.

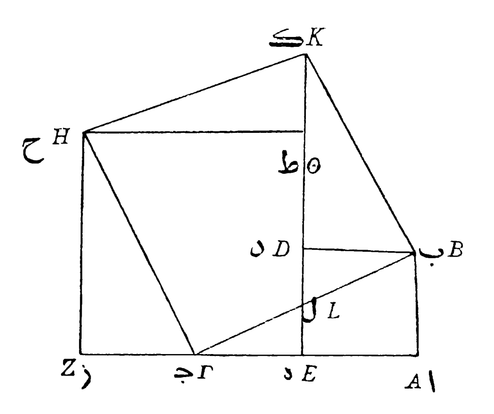
Demonstratio. Constructo in linea AB quadrato AD lineam AG ad punctum Z producimus, et linea EZ lineae AG aequalis sit. Iam constructo in linea EZ quadrato EH [lineam] $D\Theta K$ [lineae] AG aequalem facimus.

Quoniam igitur AG [lineae] EZ aequalis ducta est, [linea] EG communi subtracta relinquitur $AE = GZ$. Sed $AE = AB$; erit igitur $AB = GZ$. Rursus quoniam DK [lineae] $E\Theta$ aequalis ducta est, communi $D\Theta$ subtracta relinquitur $ED = \Theta K$. Et $ED = AB$; itaque quattuor latera quattuor triangulorum, AB, GZ, BD, ΘK inter se aequalia sunt. Et eodem modo demonstramus, inter se aequalia esse quattuor reliqua latera AG, ZH, DK, ΘH.

اد ونُخرج خط اج الى نقطة ز وليكن خط هز مثل خط اج ونعمل
على خط هز مربع هح ونُخرج دطك مثل اج فلان اج أُخرِج مثل
هز فاذا اسقطنا هج المشترك بقى اه مثل جز لكن اه مثل اب
فخط اب مثل خط جز ∴ وايضا دك أُخرج مثل هط فنلقى دط
المشترك فيبقى هد مثل طك وخط هد مثل خط اب فالاربعة
الاضلاع مِن الاربع المثلثات متساوية اعنى اب جز بد طك
وكذلك نبيّن ان الاربعة الاضلاع الباقية متساوية اعنى اج زح
دك طح لان اج أُخرج مثل هز وهز مثل طح لان هح مربع فخط
اج اذن مثل خط طح وخط دك أُخرج ايضا مثل خط اج وخط
زح قد تبيّن انّه مثل هز وخط هز أُخرج مثل خط اج فقد نبيّن 24 u.
انّ خطوط اج زح دك حط ايضا متساوية وقد تبيّن ان زوايا
المثلثات الاربعة قوائم اعنى زوايا ا ز د ط فبحسب برهان د
تكون الاوتار التى توتر الزوايا المساوية وهى القوائم متساويةً
فاوتار بج جح بك حك متساوية وزاوية دبك مِن مثلث
كبد مساوية لزاوية ابج مِن مثلث ابج ونجعل زاوية لبد
مشتركة فجميع زاوية ابد مثل زاوية جبك لكن زاوية ابد قائمة
فزاوية جبك اذا قائمة وكذلك زاوية جحك قائمة وسطح بح
متساوى الاضلاع فزاويتا بكح بجح كل واحدة منهما قائمة
فسطح بح متساوى الاضلاع قائم الزوايا وقد بيّنا ان المثلثات
الاربعة متساويات مثلثا ابج جزح مثل مثلثى بدك طكح فاذا
جعلنا منحرف جل طح ومثلث بدل مشتركًا كان جميع مربع
بح مساويًا لمجموع مربعى اد هح لكن مربع اد هو الكائن مِن

Quoniam enim AG [lineae] EZ aequalis ducta est, et $EZ = \Theta H$, quia EH quadratum est, linea AG lineae ΘH aequalis erit. Uerum etiam linea DK lineae AG aequalis ducta est, et iam demonstratum est, lineam ZH [lineae] EZ aequalem esse, et linea EZ lineae AG aequalis ducta est; itaque demonstrauimus, etiam lineas AG, ZH, DK, $H\Theta$ inter se aequales esse. Sed etiam demonstratum est, angulos quattuor triangulorum rectos esse, scilicet angulos A, Z, D, Θ. Iam quoniam ex [I] 4 chordae angulis aequalibus, i. e. rectis, oppositae inter se aequales sunt, chordae BG, GH, BK, HK inter se aequales sunt. Et angulus DBK trianguli KBD angulo ABG trianguli ABG aequalis est. Communi igitur sumpto angulo LBD totus angulus ABD [toti] angulo GBK aequalis erit. Sed $\angle\, ABD$ rectus; itaque etiam $\angle\, GBK$ rectus est. Eodem modo angulus GHK rectus. Et spatium BH aequilaterum est; itaque uterque angulus BKH, BGH rectus est. Itaque spatium BH aequilaterum est et rectangulum.

Iam quoniam demonstrauimus, quattuor triangulos inter se aequales esse, duo trianguli ABG, GZH duobus triangulis BDK, ΘKH aequales sunt. Itaque trapezio $GL\Theta H$ trianguloque BDL communibus sumptis totum quadratum BH summae duorum quadratorum AD, EH aequalis erit. Sed quadratum AD quadratum lateris AB est; et quadratum EH quadratum lineae EZ, et linea EZ lateri AG aequalis; quare quadratum EH est quadratum lateris AG, et summa duorum quadratorum AD, EH quadrata sunt laterum AB, AG; et quadratum BH quadratum est lateris BG angulo recto oppositi. Ergo demonstrauimus, summam duorum quadratorum duorum laterum AB, AG quadrato lateris BG aequalem esse. Q. n. e. d.



ضلع اب ومربع هح هو الكائن مِن خط هز وخط هز مساو لضلع اج فمربع هح هو كائن مِن ضلع اج فمجموع مربعى اد هح هما الكائنان مِن ضلعى اب اج ومربع بح هو كائن مِن ضلع بج المُوتّر للزاوية القائمة فقد نبيّن ان مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعى اب اج مساو للمربع الكائن مِن ضلع بج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع والاربعون مِن المقالة الاولى

كل مثلث يكون[1] مجموع مربعى ضلعين مِن اضلاعه مساويًا لمربع الضلع الثالث فان الزاوية التى يوتّرها الضلع الثالث قائمة[2] مثاله ان مربع ضلع بج مِن مثلث ابج مساوٍ لمجموع مربعى ضلعى اب اج فاقول ان زاوية باج قائمة برهانه انا نقيم على نقطة ا مِن خط جا عمود اد مثل ضلع اب كما بيّن ببرهان الشكل المضاف الى يا فلان اد اخرجناه مثل اب يكون المربع الكائن مِن خط اب مثل المربع الكائن مِن اد وناخذ المربع الكائن مِن خط اج مشتركا فمجموع مربعى اب اج مثل مجموع مربعى اج اد فلانّ زاوية جاد قائمة فبحسب برهان مو يكون مجموع مربعى اج اد مساويا لمربع ضلع دج فضلع بج مثل ضلع دج وضلع با مثل ضلع اد وناخذ ضلع اج مشتركا فضلعا اب اج مثل ضلعى اد اج وقاعدة دج مثل قاعدة بج فببرهان ح تكون زاوية باج مساوية لزاوية جاد لكن زاوية جاد قائمة فزاوية باج اذن قائمة فقد تبيّن ان كل مثلث يكون مجموع المربعين الكائنين مِن ضلعيه اللذين يحيطان بالزاوية † مثل [مربع] الضلع

Propositio XLVII libri primi.

Si in triangulo summa duorum quadratorum duorum laterum eius quadrato tertii lateris aequalis est, angulus, cui tertium latus oppositum est, rectus erit.

Exemplificatio. Quadratum lateris BG in triangulo ABG summae duorum quadratorum duorum laterum AB, AG aequale sit. Dico, angulum BAG rectum esse.

Demonstratio. In puncto A lineae GA perpendicularem AD lateri AB aequalem erigimus, ita ut in demonstratione propositioni [I] 11 addita*) demonstratum est. Quoniam AD [lineae] AB aequalem duximus, quadratum lineae AB quadrato [lineae] AD aequale erit. Itaque quadrato lineae AG communi sumpto summa duorum quadratorum AB, AG summae duorum quadratorum AG, AD aequalis erit. Et quoniam angulus GAD rectus est, ex [I] 46 summa duorum quadratorum AG, AD quadrato lateris DG aequalis est**). Itaque $BG = DG$. Et $BA = AD$; itaque latere AG communi sumpto duo latera AB, AG duobus lateribus AD, AG aequalia erunt. Et basis DG basi BG aequalis. Ex [I] 8 igitur $\angle BAG = GAD$. Sed $\angle GAD$ rectus. Ergo angulus BAG rectus est.

Iam demonstrauimus igitur, si in triangulo summa duorum quadratorum duorum laterum, quae angulum comprehendant, quadrato tertii lateris aequalis sit, angulum, cui latus tertium oppositum sit, rectum esse. Q. n. e. d.

*) P. 73 sq.

**) Deest: Supposuimus autem etiam $BG^2 = AB^2 + AG^2$; quare $BG^2 = DG^2$.

1) In margine: تلبين ضلعه فى نفسه مثل تلبين الضلعين الباقيين كل واحد فى نفسه فهو قائم الزاوية Laterculus lateris eius in se multiplicati laterculis utriusque reliquorum laterum in se multiplicati aequalis est et rectangulus est.

2) In margine: قال ايرن هذا الشكل عكس الذى قبله Hero dixit: haec propositio inuersio praecedentis est. Cfr. Proclus p. 429.22 sq.

الثالث فان الزاوية التى يوترها الضلعُ الثالث تكون قائمة وذلك
ما اردنا ان نبيّن ∴

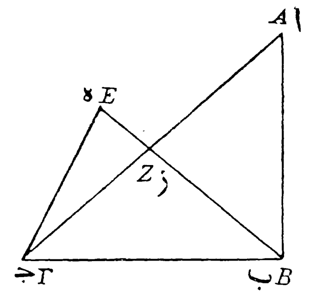
برهان لهذا الشكل لِايرُن

قال ايرُن اقول ان الخط الذى يخرج مِن نقطة ب على زاوية
قائمة على خط بج مِن جهةِ اب الذى مربعهُ مع مربع بج مساو
لمربع اج لا يكون غير خط اب فان امكن ان يكون غيرِ غيره فليس
يخلوُ مِن ان يقع دُونهُ او ورآءهُ فلنُنزِل انه وقع من دونه كخط بز
حتى تكون زاوية زبج قائمة فزاوية بزج اصغر مِن قائمة وذلك
بحسب برهان يز فزاوية ازب منفرجة وذلك بحسب برهان يج فزاوية 25 r.
زاب حادّة وذلك بحسب برهان يز فبحسب برهان يط يكون ضلع
اب اعظم مِن ضلع بز ونخرج بز على الاستقامة الى نقطة ه حتى
يكونِ بزه مثل خط با ونخرج خط هج فمربع خط هب اعنى
مربع خط اب مع مربع بج مثل مربع هج وقد كانا مثل مربع
اج فخط اج مثل خط هج وخط اب مثل خط هب فقد خرج مِن
طرفى خط مستقيم خطان مستقيمان فى جهتين مختلفتين والتقى
طرفاهما على نقطة وخرج مِن مخرجيهما خطان آخران مساويان
لهما فى تلك الجهة التقى طرفاهما على غير تلك النقطة فبحسب
برهان ز يكون هذا السياق مُحالًا وكذلك يسوقُ الى المُحال ان
كانَ الخط يقعُ مِن ورآء خط اب فخط اب اذن هو الذى على زاوية
قائمة مِن خط بج وذلك ما اردنا ان نبيّن تمت المقالة الاولى
مِن كتاب اوقليدس



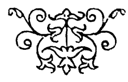
Heronis demonstratio ad hanc propositionem. Hero dixit*): Dico, lineam a puncto B ad rectam BG perpendicularem ductam uersus partes [lineae] AB, cuius quadratum cum quadrato [lineae] BG quadrato [lineae] AG aequale sit, nullam aliam esse ac lineam AB.

Si enim fieri possit, ut sit alia, aut intra eam aut extra cadat, necesse est. Supponamus igitur, eam intra cadere ut BZ, ita ut $\angle ZBG$ rectus sit. Itaque ex [I] 17 $\angle BZG$ minor est recto; quare ex [I] 13 $\angle AZB$ obtusus est et ex [I] 17 $\angle ZAB$ acutus. Itaque ex [I] 19 latus $AB > BZ$. Lineam BZ in directum producimus ad punctum E, ita ut sit $BZE = BA$, et lineam EG ducimus. Erit igitur quadratum lineae EB, h. e. lineae AB, cum quadrato [lineae] BG quadrato EG aequale. Uerum duo illa quadrata etiam quadrato [lineae] AG aequalia sunt; itaque $AG = EG$. Est autem etiam $AB = EB$. Itaque a terminis lineae rectae duae rectae in partes diuersas ductae sunt, quarum termini in puncto concurrunt, et ab iisdem terminis, unde ductae sunt, aliae duae lineae iis aequales ad eandem partem ductae sunt, quarum termini in alio puncto concurrunt; quod ex [I] 7 absurdum est.



Eodem modo absurdum sequitur, si linea extra lineam AB cadit. Ergo linea AB ea est, quae ad lineam BG perpendicularis est. Q. n. e. d.

Finis libri primi libri Euclidis.



*) Cfr. Proclus p. 430, 4 sqq., ubi Hero non nominatur.

